FACULTAD DE EDUCACIÓN

Programa Académico de Maestría en
Ciencias de la Educación - PRONABEC

LA COMPRENSIÓN Y DEMOSTRACIÓN DE RELACIONES MÉTRICAS EN TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS BASADO EN EL MODELO VAN HIELE

Tesis para optar el grado académico de Maestro en Educación en la mención de Didáctica de la Enseñanza de las Matemáticas en Educación Secundaria

BACHILLER: GODOFREDO HUANCAHUIRE NINA

ASESOR : Mg. DAVID ESTEBAN ESPINOZA

Línea de Investigación:
Currículo escolar y uso de las nuevas TICs

Lima – Perú

2015

UNIVERSIDAD SAN IGNACIO DE LOYOLA
ESCUELA DE POSTGRADO

Facultad de Educación

DECLARACIÓN DE AUTENTICIDAD

Yo, Godofredo Huancahuire Nina, identificado con DNI Nº 29702627 estudiante del Programa Académico de Maestría en Ciencias de la Educación de la Escuela de Postgrado de la Universidad San Ignacio de Loyola, presento mi tesis titulada: LA COMPRENSIÓN Y DEMOSTRACIÓN DE RELACIONES MÉTRICAS EN TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS BASADO EN EL MODELO VAN HIELE.

Declaro en honor a la verdad, que el trabajo de tesis es de mi autoría; que los datos, los resultados y su análisis e interpretación, constituyen mi aporte a la realidad educativa. Todas las referencias han sido debidamente consultadas y reconocidas en la investigación.

En tal sentido, asumo la responsabilidad que corresponda ante cualquier falsedad u ocultamiento de información aportada. Por todas las afirmaciones, ratifico lo expresado, a través de mi firma correspondiente.

Lima, diciembre de 2015

…………………………..…………………………..

Godofredo Huancahuire Nina

DNI N° 29702627

APROBACIÓN DEL TRIBUNAL DE GRADO

Los miembros del Tribunal de Grado aprueban la tesis de graduación, el mismo que ha sido elaborado de acuerdo a las disposiciones reglamentarias emitidas por la EPG- Facultad de Educación.

Lima, diciembre del 2015

Para constancia firman

Mg. Hernán Flores Valdiviezo
Presidente

Mg. Felix Goñi Cruz
Secretario

Mg. David Esteban Espinoza
Vocal

Epígrafe

Lo peor es educar por métodos basados en el temor, la fuerza, la autoridad, porque se destruye la sinceridad y la confianza, y sólo se consigue una falsa sumisión.

Albert Einstein

Dedicatoria

A mis padres, que siempre me apoyaron en todo lo que emprendí a mi esposa y a mi hija por darme aliento para seguir adelante y a todas las personas que me apoyaron a lo largo de este proceso para lograr esta meta.

Agradecimiento

Agradezco a Dios por permitirme estar aquí.

Al Estado Peruano por habernos dado la oportunidad de seguir esta maestría.

A mi familia por darme fuerzas en todo momento para seguir adelante.

A mi asesor Mg. David Esteban Espinoza por estimularme, acompañarme y adentrarme en el mundo fascinante de la didáctica de la enseñanza de la Matemática.

A las personas y las instituciones que han contribuido con mi formación profesional.

A todos mis colegas y amigos que desde distintas posiciones han colaborado para poner término a este proceso.

ÍNDICE

INDICE DE TABL AS

INDICE DE FIGURAS

INDICE DE ANEXOS

Resumen

La investigación propone el diseño de estrategias basada en el modelo Van Hiele para lograr la comprensión y demostración de relaciones métricas en triángulos rectángulos en el cuarto grado de Educación Básica Regular (EBR). La metodología es de tipo aplicada proyectiva, con el enfoque cualitativo, se trabajó con 44 estudiantes y dos docentes de matemática, mediante una prueba pedagógica, cuestionario a docentes, lista de cotejos y ficha de análisis cuaderno de trabajo. El diagnóstico evidencia que los docentes trabajan con modelos didácticos verticales, cuyos procesos se articulan hacia un aprendizaje memorístico de los estudiantes. El modelo Van Hiele sostiene el proceso de enseñanza aprendizaje bajo dos aspectos niveles y fases que se deben tomar en cuenta para orientar nuestro trabajo, apoyada en la formación de conceptos con miras a lograr la demostración, el marco teórico le brinda el sustento científico a la propuesta. Se diseñó una secuencia de actividades utilizando el modelo Van Hiele para propiciar a partir de imágenes contextualizadas la evolución de cada fase que los niveles proponen reconocimiento, análisis y clasificación, de modo que se logre la demostración no formal. Por tanto concluimos que el estudio tiene una perspectiva formativa, coherente, tendientes a lograr la demostración no formal, con ello creemos conseguir mejoras cualitativas en comprensión y demostración de relaciones métricas en triángulos rectángulos.

Palabras clave: Estrategia, formación de conceptos, comprensión, demostración.

Abstract

The proposed research design strategies based on the Van Hiele model to achieve understanding and demonstration of metric relations in right triangles in the fourth grade of Basic Education (EBR). The methodology is applied projective type with a qualitative approach, we worked with 44 students and two teachers of mathematics, and an instructional test questionnaire to teachers list notebook sheet reconciliations and analysis work. The diagnosis shows that teachers work with vertical teaching models, whose processes are linked to rote learning of students. The Van Hiele model supports the teaching-learning process in two phases levels and aspects to be taken into account to guide our work, based on the formation of concepts with a view to demonstrating the theoretical framework provides scientific support to the proposal. a sequence of activities was designed using the Van Hiele model to encourage contextualized images from the evolution of each phase that the levels proposed recognition, analysis and classification, so that non-formal demonstration is achieved. Therefore we conclude that the study is training, consistent, aimed at achieving no formal proof perspective, and thus we get qualitative improvements in understanding and demonstration of metric relations in right triangles.

Keywords: Strategy, concept formation, understanding, demostration

INTRODUCCIÓN

La educación es un proceso dinámico de naturaleza socio histórico donde las diferentes facetas se interrelacionan y desarrollan lógicamente, adaptando los temas, los medios, la evaluación, las formas de organización, valorando y respetando la diversidad cultural que permitan desarrollar y potenciar las funciones psíquicas superiores de los estudiantes.

La sociedad peruana tiene en la educación uno de los soportes fundamentales para superar con éxito sus desafíos más importantes: la formación integral de ciudadanos creativos, emprendedores, éticos, reflexivos y constructores de una sociedad justa y democrática.

El Proyecto Educativo Nacional (PEN) documento estratégico de la educación peruana se ha fijado para el 2021 brindar igualdad de oportunidades y obtener resultados educativos de calidad, transformando las instituciones de educación básica en organizaciones efectivas e innovadoras. Así mismo las Rutas de Aprendizaje 2015 busca asegurar la formación integral con eficiencia en los procesos y eficacia en los logros, el aprendizaje de conceptos matemáticos, el dominio de tecnologías de la información y comunicación (TICs) haciendo de las instituciones educativas un espacio de construcción de relaciones equitativas entre niños y adolescentes de distintas culturas y condiciones sociales. En este documento el modelo Van Hiele es considerado como guía a tener en cuenta para la enseñanza aprendizaje de Geometría que involucra la adquisición de niveles y fases crecientes de comprensión de los aprendizajes de los estudiantes.

La falta de comprensión de los estudiantes en la Institución Educativa sobre las relaciones métricas en triángulos rectángulos, escaso uso de material concreto que permite la generación de conceptos previos, la manipulación del objeto que permita identificar, diferenciar las propiedades particulares del objeto, el escaso uso del lenguaje técnico geométrico no le permite relacionar lo visto con la correcta simbología específica del tema, este panorama se torna preocupante puesto que encontramos un gran porcentaje de estudiantes con actitudes de temor para comprender las relaciones métricas en triángulos rectángulos. El Estado nos proporciona un nuevo documento Rutas del Aprendizaje (2015) sobre el cual ha de girar la educación nacional, quedando atrás el Diseño Curricular Nacional (2009); en Geometría, se entiende que tratan de articular las diversas formas de razonamiento (argumentativo, inductivo, deductivo, lógico, informal, analógico, verbal), para la construcción del conocimiento, los resultados confirman que los estudiantes lejos de no comprender la secuencia de hechos por la aplicación excesiva de fórmulas y el exiguo uso del lenguaje geométrico, generan un obstáculo para la adquisición del siguiente nivel del sistema educativo.

El objetivo de la enseñanza aprendizaje sobre las relaciones métricas en triángulos rectángulos es situar a los estudiantes con su contexto, puesto que saber relaciones geométricas es provechoso para su desarrollo, Barrantes (2003) citado en Barrantes y López (2012), sin embargo se presenta como una estructura compleja que en lugar de acercar a los estudiantes a su estudio lo alejamos de él, asumiendo posturas protagonistas cuando son los estudiantes, quienes deben ir en la búsqueda de la comprensión de manera autónoma.

Sin embargo, en la Institución Educativa José Domingo Zuzunaga Obando se observa que los estudiantes de cuarto grado de secundaria en el área de matemática muestran un nivel relativamente bajo en comprensión de Geometría, debido a un escaso manejo de material concreto, excesivo uso de algoritmos, escaso manejo de lenguaje geométrico, que desfavorece el incremento y fortalecimiento de nuevos conceptos, existiendo dificultades en la comprensión y demostración de relaciones métricas en triángulos rectángulos, según los resultados académicos obtenidos en los últimos años.

Considerando la importancia significativa de mejorar la calidad de los aprendizajes de Geometría y las posibilidades de experimentar con el empleo de tecnologías, se plantea la siguiente pregunta científico: ¿Cómo contribuir en la comprensión y demostración de relaciones métricas en triángulos rectángulos en estudiantes de cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa José Domingo Zuzunaga Obando de Uchumayo-Arequipa?.

Para solucionar el problema científico, se respondieron las siguientes preguntas científicas:

¿Cuáles son los fundamentos teóricos que nos permiten sustentar la estrategia didáctica basada en el modelo Van Hiele para la comprensión y demostración de relaciones métricas en triángulos rectángulos?

¿Cuál es el estado actual de la comprensión y demostración de relaciones métricas en triángulos rectángulos en estudiantes de cuarto grado de secundaria?

¿Qué criterios se tendrán en cuenta para modelar la estrategia didáctica basada en el modelo Van Hiele en la comprensión y demostración de relaciones métricas en triángulos rectángulos?

¿Cuál es la valoración de la estrategia desde la perspectiva y opinión de los especialistas o expertos?

El Objetivo del trabajo de investigación es proponer una estrategia didáctica basada en el Modelo Van Hiele en comprensión y demostración de relaciones métricas en triángulos rectángulos en el cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa José Domingo Zuzunaga Obando del distrito Uchumayo-Arequipa.

El objeto de estudio es el proceso de enseñanza aprendizaje del área de Matemática y se define como campo de investigación la comprensión y demostración de relaciones métricas en triángulos rectángulos.

Se plantearon las siguientes tareas para lograr el objetivo:

Realizar el diagnóstico de contexto que brinde información relevante sobre el estado actual de la comprensión y demostración de relaciones métricas en triángulos rectángulos.

Indagar sobre los fundamentos teóricos que permitan fundamentar la estrategia didáctica sustentada en el Modelo Van Hiele para la comprensión y demostración de relaciones métricas en triángulos rectángulos.

Diseñar una estrategia didáctica sustentada en el Modelo Van Hiele para la comprensión y demostración de relaciones métricas en triángulos rectángulos.

Validar la estrategia didáctica sustentada en el Modelo Van Hiele para la comprensión y demostración de relaciones métricas en triángulos rectángulos a través de juicio de expertos.

En el plano de los estudios empíricos destacan los trabajos de Osorio, Gil, Gómez, Iglesias y Romero (2013) se elabora una propuesta didáctica del teorema de

Pitágoras basado en el modelo Van Hiele para el tercer grado secundaria, estableciendo una secuencia de actividades de niveles y fases del modelo. Caleño (2014) trata de explicar y entender las propiedades de semejanza de triángulos sobre ideas básicas de proporciones usando el Geogebra para ayudar a los estudiantes en las actividades geométricas de noveno grado, con una metodología experimental propone una variación de una enseñanza de geometría estática por otra geometría dinámica, dando énfasis a una enseñanza con elevado nivel de motivación que enriquezca los aprendizajes de los estudiantes, también se reportan trabajos que no están referidos a relaciones métricas pero sin embargo, han sido desarrollados con el Modelo Van Hiele tales como, Corberán (1994) cuyo propósito mejorar la enseñanza de triángulos en estudiantes de 12 a 16 años, la finalidad mejorar el currículo de las instituciones educativas a través de unidades de enseñanza de triángulos, en una investigación de tipo cuasi experimental. Peña (2010) incorpora las TICs en el proceso de enseñanza aprendizaje de Geometría mediante una propuesta pedagógica, evaluando su efecto en el rendimiento académico del estudiante. Es una investigación mixta, cuyo lema, no podemos enseñar Geometría en el siglo XXI del mismo modo que se enseñaba en el siglo pasado.

La Institución Educativa José Domingo Zuzunaga Obando del distrito de Uchumayo es una institución integrada, cuenta con dos niveles: primaria y secundaria, el nivel secundario tiene dos secciones por grado, se han tomado en cuenta a los 44 estudiantes de las secciones “A” y “B de cuarto grado de secundaria, considerada como muestra no probabilística de grupos intactos puesto que poseen las mismas particularidades, por lo que los resultados que se recojan en el trabajo de investigación se pueda universalizar para el grupo tomando en cuenta las consideraciones de Lanuez, Pérez y Martinez (2008).

Las unidades de análisis son: en la etapa diagnóstica, el cuaderno de trabajo del estudiante, la experiencia de los docentes del área de matemática y los documentos especializados que permitan observar mejor el contexto de la Institución Educativa José Domingo Zuzunaga Obando, para los fundamentos teóricos, la literatura especializada sobre el Modelo Van Hiele, comprensión, semejanza, proporcionalidad, relaciones métricas de triángulos rectángulos, demostración, el recurso Geogebra y para la estrategia didáctica se tomó en cuenta los resultados del diagnóstico de contexto de la situación actual y la fundamentación teórica de los temas de la modelación, tomando como referencia a (Rojas, 2013).

Se define como categorías fundamentales de la investigación: la comprensión y demostración de relaciones métricas en triángulos rectángulos de los estudiantes de cuarto año de educación secundaria en la enseñanza aprendizaje del área de Matemática de la Institución Educativa “José Domingo Zuzunaga Obando” Uchumayo y la estrategia didáctica como secuenciación de actividades (Cerda, 2002).

Los métodos empleados fueron: Análisis y síntesis, para abordar e interrelacionar los fundamentos teóricos de la estrategia didáctica dirigida a la comprensión y demostración de relaciones métricas en triángulos rectángulos, interpretar las interrelación interna de los resultados derivados del diagnóstico del estado actual de la comprensión y demostración de estudiantes de cuarto grado de educación secundaria en el proceso de enseñanza aprendizaje de Matemática y establecer las conclusiones generales del estudio; Método de inducción y deducción, en el proceso de estructuración de la introducción, sistematización del marco teórico y el diseño de la estrategia didáctica para efectuar reajustes que permitan lograr el desarrollo de la comprensión y demostración de relaciones métricas en triángulos rectángulos; Sistémico-estructural, para la elaboración de la estrategia didáctica dirigida a la comprensión y demostración de relaciones métricas en triángulos rectángulos, formulando estructuras que complementen acciones entre comprensión y demostración, estableciendo relaciones de jerarquía, coordinación y subordinación entre los niveles y fases de los componentes de la estrategia; Método histórico-lógico, para explicar la evolución histórica de la comprensión y demostración de relaciones métricas en triángulos rectángulos, las concepciones hasta la actualidad y como dieron solución a las necesidades sociales de su época. El método que permitió ensayar y modelar la propuesta teórica de la estrategia didáctica dirigida a la comprensión y demostración de relaciones métricas en triángulos rectángulos en el cuarto grado de secundaria en la enseñanza y aprendizaje de Geometría, según recomiendan Cerezal y Fiallo (2002).

Los métodos empíricos utilizados fueron: de observación estructurada mediante el instrumento guía de observación para recoger datos sobre el estado actual de la comprensión y demostración de relaciones métricas en triángulos rectángulos a docentes del área y estudiantes de cuarto grado de secundaria en el proceso de enseñanza aprendizaje de Geometría de la Institución Educativa José Domingo Zuzunaga Obando; Encuesta, con el instrumento cuestionario de preguntas abiertas para determinar el estado actual de la comprensión y demostración de relaciones métricas en triángulos rectángulos. Los resultados fortalecieron las valoraciones teóricas; Método de criterio de especialistas, para valorar las potencialidades de la estrategia didáctica para el desarrollo de la comprensión y demostración de relaciones métricas en triángulos rectángulos, Asimismo en el presente estudio se utilizaron métodos matemáticos para establecer frecuencias y análisis porcentual de los resultados del diagnóstico (estado actual de desarrollo) de la comprensión y demostración de relaciones métricas en triángulos rectángulos de estudiantes de cuarto grado de educación secundaria en la enseñanza aprendizaje de Geometría, según recomienda Lanuez et al. (2008); Método de Triangulación para establecer relaciones entre la ficha de análisis documental, el cuestionario a docentes y la ficha de observación del trabajo docente sobre la comprensión y demostración de relaciones métricas en triángulos rectángulos, tal como recomienda (Ruiz, 2012).

Las técnicas para recabar datos como las del trabajo de campo, en donde la cantidad y clase de datos cualitativos (entrevista estructurada, ficha de observación) y cuantitativa (evaluación formal) recogidos han estado formalmente argumentados por los objetivos del trabajo de indagación (Rojas, 2013).

Análisis Documental para indagar sobre las categorías fundamentales de la comprensión y demostración en Geometría recopilando información importante, permitieron recabar datos dando una mirada hacia atrás relacionándolas con una circunstancia, un hecho, o un proyecto determinado. Encuesta para recabar información relevante para conocer los juicios de valor que los docentes de matemática tienen de las relaciones métricas en triángulos rectángulos, como considera (Bisquerra, 2004). Diagrama de secuencias para representar gráfica o simbólicamente el comportamiento de conceptos considerados respetando la jerarquía de niveles y fases del modelo Van Hiele respecto a la comprensión de relaciones métricas en triángulos rectángulos, con el objetivo de conectar sus componentes dinámicamente hacia la demostración, según recomienda Zapata y Garcés (2008).

Los Instrumentos fueron: Guía de observación, para identificar manifestaciones y rasgos de las fases del modelo Van Hiele en estudiantes de cuarto grado de secundaria en la enseñanza aprendizaje de Geometría; Ficha de registro, para centralizar y sintetizar los datos referentes a la comprensión, demostración, estrategia didáctica de las fuentes documentales, y las que hemos recabado de la tarea de campo, con la ejecución de guías de observación y de entrevista a fuentes confiables tomado como referencia (Rojas, 2013). Cuestionario con preguntas abiertas. En la elaboración del cuestionario abierto para docentes se ha tomado en cuenta las fases del modelo Van Hiele, en ella se plasman cuestiones referidas al proceso de comprensión de relaciones métricas en triángulos rectángulos, sobre el desarrollo de la sesión de aprendizaje para el logro de la comprensión y demostración en estudiantes de cuarto grado de secundaria (Saris y Gallhofer, 2007) citado por Hernández, Fernández y Baptista (2010).

En las indagaciones cualitativas, el estudio de datos no es una etapa exclusiva de los procesos de búsqueda en constante aumento, dinámico por las características propias que presentan los procedimientos, para el diagnóstico se elaboró instrumentos para el recojo de información de los estudiantes de la Institución Educativa "José Domingo Zuzunaga Obando, utilizando métodos empíricos (observación, encuesta), el análisis síntesis, cuyas técnicas (análisis de documentos) e instrumentos (fichas de observación, cuestionario y la prueba pedagógica); en la fase de fundamentos teóricos, los métodos de análisis y síntesis, que nos permitirá organizar la información utilizando el análisis documental, análisis de contenido, diagrama de secuencias y como instrumentos; ficha de registro y la hoja de reporte, con los que construimos la justificación teórica del problema en estudio. En la determinación de los criterios del diseño de estrategia didáctica para modelar, se utilizó el diagnóstico del análisis cualitativo y cuantitativo, como instrumento la secuencia de actividades para el estudiante. Para la validación de la propuesta se realizó por el método de criterio de especialistas como técnica se utilizó el análisis de contenido y como instrumento la ficha de evaluación, donde la valoración de los especialistas se anotan, así como sugiere Lanuez, et al. (2008).

La significación teórica del presente estudio estriba en la utilización de referentes teóricos que permiten fortalecer las potencialidades de los estudiantes sobre la comprensión y demostración de relaciones métricas en triángulos rectángulos en Geometría en el cuarto grado de secundaria del sistema educativo peruano, con el uso de recursos y tecnologías.

La significación práctica se expresa en que el docente pueda contar con una estrategia didáctica alternativo que muestre ventajas significativas, y que los motiven a incorporar a su labor docente, para lograr la comprensión de conceptos geométricos e integren (docentes alumnos) el uso masivo de tecnologías (Geogebra) como herramienta ayuda que amplía el panorama de las propiedades geométricas.

La significación social se expresa al alcanzar una propuesta de estrategia didáctica que permita comprender a los estudiantes los conceptos geométricos desde otra óptica, cambiarle el rostro a la geometría y se animen a estudiarla individual o colectivamente, en ese sentido la estrategia didáctica centrada en la secuenciación de actividades presenta posibilidades de contribución para el desarrollo integral del estudiante y de mejoramiento de la comprensión y demostración, como elementos importantes de este trabajo.

La estructura de la tesis consta de una introducción, dos capítulos, conclusiones, recomendaciones bibliografía y anexos.

El capítulo 1, contiene los fundamentos filosóficos, sociológicos, psicológicos y pedagógicos de la investigación, a través del análisis de los conceptos fundamentales y relaciones que permiten fundamentar la investigación.

El capítulo 2, explica los resultados obtenidos con el desarrollo de la investigación, entre los cuales se destacan, los resultados del diagnóstico.

El capítulo 3, está referido a la propuesta del autor para la solución del problema planteado. Asimismo, los resultados de la validación por el criterio de especialistas.

Además, se evidencia las referencias y en páginas anexas se muestran los instrumentos empleados, y otros documentos que dan validez científica al trabajo desarrollado. Y, también, se consigna la forma en que la estrategia didáctica fue diseñada.

DESARROLLO DE LA COMPRENSIÓN Y LA DEMOSTRACIÓN

La comprensión

Van Hiele centra sus argumentos en la teoría de la Gestalt (teoría de la forma) consideran que refiriéndose al aprendizaje con adquisición de comprensión, describiendo los rasgos básicos de progreso que los estudiantes muestran al pasar de un nivel a otro, del reconocimiento al rigor, proporcionando alcances sobre cómo debe ser estructurada la instrucción. Así mismo, aporta pautas para la estructuración del currículo, específicamente de Geometría (Gutiérrez, 1998).

Al analizar el proceso de enseñanza aprendizaje, los estudiantes en específico muestran grados de comprensión diferenciados que distintos investigadores como (Polya, 1989) considera como un proceso complementario para la resolución de problemas, además establece 4 niveles: intuitiva, mecánica, deductiva y racional con un sentido cognitivo, ligado a reglas matemáticas, Keemp (1978) diferencia la comprensión del conocimiento, estableciendo cuatro categorías: primer relacional, saber que hacer y porque se debe hacer, facilitando una transmisión eficiente de la información desde la memoria actual que le permita alcanzar la meta generando el desarrollo de la comprensión; segundo instrumental, al conjunto de reglas sin alguna razón que evoque recordar y recibir recompensas tangibles; tercera lógica – organización vinculada con la prueba formal; cuarta simbólica, enlaza el simbolismo y la notación con ideas asociadas, con subcategorías reflexivas e intuitivas, como se citó en (Meel, 2003). En ese sentido concordamos con la postura de Keemp al referirse a la comprensión como un proceso de cambio en constante evolución relacionada con los conocimientos previos que tienen, producto de sus experiencias y las relacionan con nuevas situaciones que producen la necesidad e interés para trabajar con la nueva información.

En ese sentido será central para la investigación las ideas de Vinner y Tall (1986) quienes sostienen que un concepto se adquiere en la medida que se construye una imagen del concepto mediante procesos de recolección de imágenes mentales, propiedades del concepto; formando una imagen del concepto en la medida que el estudiante describa la disposición cognitiva, agrupando imágenes mentales, propiedades y procesos para desarrollar la imagen del concepto y por otra, la imagen del concepto evocado que es una parte de la imagen del concepto que actúa en un instante determinado, ambos hechos explican los tipos de respuestas de manera consistente o inconsistente que nos proporciona evidencia de si se produce o no la comprensión. La imagen del concepto es una estructura cognitiva formada por el estudiante que tiene una propia definición de concepto que no necesariamente coincide con la definición formal debido a que ella es una descripción particular, Dubinsky (1990) sostiene que la evolución de la comprensión es un desarrollo constante de esquemas en construcción de mayor elaboración que unen hechos sobre la marcha, el cual es considerado como un nuevo objeto que se enfrenta a nuevos hechos, el esquema transforma estos hechos, procesos, objetos y esquemas subalternos en una estructura que sobrepasa estos elementos y en esa medida ofrece el significado de un concepto, Sierpinska (1990) sostiene que el desarrollo de la comprensión es un hecho vinculado con los procesos de interpretación considerado como la dialéctica del desarrollo a más conjeturas más se corroboran, su fundamento proviene de las ideologías, predisposición, los pre conceptos, conexiones y esquemas que más adelante pueden convertirse en un inconveniente para la comprensión, la superación de los obstáculos supone que el estudiante perciba un conflicto mental que se contraponga a sus convicciones y se despoje, como se citó en (Meel, 2003), será relevante para la investigación que mientras mayor sea el grupo de actividades que se le presente al estudiante, mayor será el rescate o puesta en juego de los saberes que posee y luego de la socialización, cada uno construye su propio concepto con sus propios términos, el docente debe participar para condensar las ideas expuestas y aproximarlas al concepto que se desea abordar.

Para Vinner (1991) la comprensión se construye como definición conceptual formal y como descripción de la imagen conceptual, según sean las concepciones el sentido operacional vincula el desarrollo estructural por ser integradora, abstracta y esceta, manteniendo una correspondencia biunívoca en las construcciones matemáticas como organizaciones mentales abstractas que son percibidas por la mente de la persona, recibiendo el apoyo de las imágenes mentales que pueden ser compactas e integradoras y permiten que las ideas teóricas sean más sencillas y poder manipular desarrollando un panorama global del concepto manteniendo la idea central del concepto, finalmente Pirie y Kieren (1989) sostienen que la comprensión es un proceso que conecta diversos estratos de modo no lineal y recursivo con características similares unos de otros, en este sentido el desarrollo de la comprensión involucra aspectos como la construcción y reorganización de las estructuras del saber de la persona, los movimientos generados en los estratos de comprensión son el resultado de una generalización que va más allá de nivel previo y la reconstrucción de los estratos más bajos, y estos evoca mediante redoblado. En la construcción de la comprensión se establecen conexiones entre las imágenes de los conceptos y las conexiones incorrectas, débiles, en proceso y que no se lograron establecer, se reorganizan y cubre los espacios vacíos entre las imágenes de concepto, creando una estructura estable y consistente, como se citó en (Meel, 2003). En ese sentido será vital para la investigación, que para el manejo, uso, de conceptos geométricos, no es necesario que los estudiantes dominen los conceptos desde la perspectiva formal, sino la forma como los utiliza, siempre que mantenga la esencia del concepto que al enfrentar a nuevas situaciones se van reconstruyendo y reorganizado en cada uno de los estudiantes.

Finalmente, considera los saberes previos que tienen los estudiantes de 15 a 16 años, producto de sus experiencias, la necesidad e interés por trabajar con nueva información, mientras mayor sea el grupo de actividades que se le presente al estudiante, mayor será el rescate o puesta en juego de los saberes que poseen y luego de la socialización, construyen su propio concepto en sus propios términos, no es necesario que dominen los conceptos desde la perspectiva formal, sino la forma como los utiliza, siempre que mantenga la esencia del concepto que al enfrentar nuevas situaciones se van reconstruyendo y reorganizando en cada uno de los estudiantes.

La demostración

Importancia de la demostración.

Realizar una demostración o no obedecerá al tipo de conocimiento matemático y de las capacidades que deseamos fomentar en los estudiantes (Cañadas, 2001), por ejemplo, si se desea fortalecer una técnica, una habilidad, no es recomendable realizar una demostración. Pero si se quiere incrementar la capacidad de comprensión resulta ser provechoso dicho aprendizaje para el estudiante, aunque la demostración no sea muy rigurosa dentro de los cánones matemáticos en edad escolar.

Las tareas y el aprendizaje de la demostración.

Las tareas deben propiciar experiencias que comprendan situaciones para conjeturar y justificar, involucrando en sus indagaciones propiedades, relaciones geométricas;

interacción social docente-estudiante y estudiante-estudiante para que comuniquen sus ideas mediante un análisis crítico y en sus argumentos manifieste procesos coherentes y surjan elementos teóricos de comprensión y construya demostraciones, en cuya fusión se logre el desarrollo deductivo; el uso de la geometría dinámica en prácticas que justifiquen e incrementen posibles aprendizajes de demostración Perry et al. (2008), será relevante para la investigación que el estudiante responda a ciertas interrogantes vinculadas con las propiedades, se ayude en la experimentación con el recurso Geogebra, en lugar de la excesiva resolución de ejercicios y problemas.

Interacción docente-estudiante.

La interacción social en el aula entre docentes y estudiantes y entre estudiantes, es un factor imprescindible de justificación y argumentación para la demostración (Cañadas, 2001) el intercambio de ideas, en la argumentación minuciosa, como surgen las bases conceptuales que guían a una secuencia lógica de la demostración, generando la comprensión de los estudiantes mediante los procesos deductivos utilizados.

Tipos de demostraciones.

Existen diversas clases de demostraciones (explicar, verificar, comprobar, etc.) y considerando lo que el currículo estipula y del nivel de razonamiento de los estudiantes y los propósitos del docente, consideramos el más apropiado (Cañadas, 2001).

Es conveniente realizar demostraciones en aula, permite al estudiante interpretar desde otra óptica el concepto, comprender e internalizarlo en sus estructuras cognitivas.

Dimensión histórica de la demostración.

No se encuentra un prototipo de demostración aislada del período ni de los sujetos que han edificado el saber matemático, las demandas de rigor en la justificación se han ido modificando a través del tiempo, el rigor total es inigualable no se alcanza confiabilidad total en los productos obtenidos, los conocimientos matemáticos son relativos, por tanto, las demostraciones seguirán siendo también relativas, a través del tiempo no ha habido consensos entre los estudiosos de las demostraciones sobre los conceptos, procedimientos usados, es por tanto, fructífera la indagación de diversas argumentaciones para una teoría, diversas justificaciones para una misma demostración, y diferentes procedimientos para una misma demostración, es observable en los propósitos de la demostración Ibañes y Ortega (2002). En ese sentido para el trabajo de investigación, el respeto hacia las diversas formas de argumentar propia de la formación de conceptos sobre un hecho, evento, situación, etc., seguirán caminos diferentes, pero la justificación, argumentación le dará el valor de verdad relativo correcto acorde con el periodo escolar..

Calvo (2001) sostiene que las definiciones son enunciados verbales que determinan el concepto de manera no circular cuyos elementos están formados por nociones primitivas y consistentes cuando no involucra contradicciones lógicas, presentando dos características: convencional referida a la definición de concepto, es restrictiva cuyos resultados pueden ser de análisis de carácter estético relacionada con la elegancia, sencillez y austeridad; operativos referidos a definiciones potentes y didácticos cuyos conocimientos somete a los conocimientos previos y por otro lado la minimalidad verifica el objeto de modo concreto o hipotético con ejemplos de concepto que favorecen el control de consistencia debido al menor número de contradicciones.

Los esquemas conceptuales se presenta como secuencias de definiciones, teoremas, aplicaciones que cuando se percibe el nombre del concepto evoca su esquema conceptual formado por representaciones visuales, procedimientos, recuerdos, sensaciones vinculadas con conceptos, enunciados, ejemplos y contraejemplos que evolucionan con el tiempo por la experiencia del sujeto (Calvo, 2001) será relevante para la investigación la formación del concepto, en donde el estudiante evoque el concepto ante una nueva situación, no necesariamente desde la perspectiva formal.

La enseñanza debiera instruir acerca de la demostración como una forma de validación acerca de la utilidad del lenguaje geométrico en la necesidad de desarrollar y comunicar la demostración Alvarado y González (2010), aunque validar procedimientos y resultados significa justificar y explicar los procedimientos y soluciones encontradas mediante argumentos orientados a desarrollar el razonamiento deductivo y la demostración formal. Larios (2015) para la investigación será relevante que el estudiante responda a interrogantes vinculadas con las propiedades, pero no como la demostración minuciosa propia de la demostración formal de los matemáticos profesionales.

Dimensión epistemológica de la demostración.

En la enseñanza de la Educación Básica Regular importa tener en cuenta la demostración en un sentido no formal. Ibañes y Ortega (1997) revisan las demostraciones típicas y sugieren una clasificación de técnicas de demostración: Estructura lógica del enunciado: requisito indispensable; presencia de algún elemento matemático: de presencia sencilla, de presencia típica, o de dificultad; procedimientos lógicos: métodos deductivos, demostración por sucesos, reducción al absurdo, inducción completa, el método constructivo, y demostraciones por analogía y dualidad; procedimientos matemáticos: el geométrico, el algebraico, el de coordenadas, el del análisis matemático; procedimiento de exposición: modos el sintético o directo y el analítico o indirecto.

Dimensión instrumental de la demostración.

Habitualmente se ha estimado que el objetivo fundamental de la demostración radica en constatar la propuesta propósito de estudio. De Villiers (1993) muestra un tipo el que reconoce algunos cometidos: Comprobación, referido a lo cierto de una aseveración; explicación, ahondando la verdad del asunto; sistematización, y organización de los resultados al interior de un sistema de axiomas, ideas importantes y teoremas; descubrimiento o hallazgo de nuevos datos; comunicación, transferencia del saber matemático.

La nueva invención de programas de geometría dinámica, posibilitan indagar sencilla y velozmente si una determinada conjetura es verdadera o falsa, transporta la disposición de usar demostraciones en la enseñanza hacia cometidos diferentes de la comprobación. En Ibañes y Ortega (1998) se aprende la repercusión que tienen, en este sentido, visualizaciones con Geogebra de un teorema de Geometría. En este mismo sentido, Ibañes (2001) examina la demostración de un teorema de Geometría, utilizando diferentes estrategias de reconocimiento.

Dimensión cognitiva de la demostración.

Permite indicar algunas fases en la comprensión de las demostraciones:

Fase de interpretación

Comprender la situación y la clase de resultado que desea (esquema de prueba), conocer la terminología matemáticos, interpretando los supuestos lógicos, las manifestaciones comunes, los conectivos de enlace y la simbología geométrica, empleando el desarrollo como una demostración: la Fase de análisis reconoce la presunción, el modelo de supuesto, la proposición del teorema, teniendo en cuenta los datos obtenidos de la ejecución en la demostración. Comprobar los procedimientos y verificar la rectificación del razonamiento; Fase de síntesis determina los rasgos puntuales y las representaciones importantes de la demostración, concibiendo como una totalidad el procedimiento; Fase de profundización examina el alcance del teorema identificando los procedimientos utilizados: métodos, peculiaridades y formas, estimando la funcionalidad de la demostración, buscando otras maneras de demostrar los productos, para aprender sus posibles generalizaciones, enlazando el teorema con otros resultados conocidos. (Ibañes, 2005).

Estrategia didáctica

Origen de la palabra Estrategia.

La palabra estrategia tiene su origen en las palabras griegas "stratos", referido a ejército, y "agein", significa guía. Así mismo, la palabra "strategos" que hacía alusión a "estratega", del antiguo dialecto griego dórico (Contreras, 2004), es utilizado generalmente en el campo militar, en donde denota capacidad de vencer al enemigo; en el campo educativo, es un grupo determinado de procedimientos orientados a lograr un fin. De la Torre, (2004) "son los procedimientos adaptativos o grupo de ellos por el que estructuramos gradualmente las actividades para alcanzar una intención u objetivo esperado, teniendo en cuenta los tiempos de ejecución, según (Carneiro, 2010) es la dirección en el hacer del mañana, la instauración de una meta, en un periodo determinado como considerable, en torno al cual guiar el trayecto de la sociedad, citado en (Contreras, 2004). Por estrategia asumimos los procedimientos adaptativos por el que estructuramos gradualmente las acciones geométricas de las relaciones métricas en triángulos rectángulos, en un tiempo estimado como aceptable para lograr el propósito o meta deseada.

Origen etimológico del término de Didáctica.

La palabra Didáctica procede del griego: didaktiké, se refiere al verbo enseñar. didaskalos, el que enseña, y didaktikos, apto para la docencia. En latín docere enseñar y discere, aprender, citado en (Mallar, 2001). La didáctica es la predisposición para transformar el conocimiento complejo en comprensible, promoviendo cambios cualitativos en el estudiante, refleja la visión de lo que la didáctica representa, para Álvarez (1999) ciencia cuyo objeto de estudio es el proceso docente educativo orientado a corregir las dificultades que le plantean a la Institución Educativa. Formando sujetos para que enfrenten con éxito la vida, de forma metódica y eficaz; comprometidos en ello la enseñanza brindada por el docente y el aprendizaje ejercido por el estudiante, finalmente Mallart (2001) saber de la educación que investiga y participa en el proceso enseñanza aprendizaje cuyo propósito lograr la constitución mental del estudiante, producto de la creación y reproducción de conocimientos. Asumimos que la didáctica es la ciencia de la educación que investiga y participa del proceso enseñanza aprendizaje de matemática, mediante la organización de procesos relevantes de generación y comunicación de conocimientos, posibilitando la formación del hombre para que enfrente con éxito la vida, de modo sistemático y con eficacia.

En las cuatro últimas décadas del siglo XX, la didáctica se ha desarrollado significativamente, su objeto de estudio el proceso enseñanza aprendizaje tiene el propósito de formar estudiantes que sean capaces de convivir en una diversidad cultural y logren fortalecer sus emociones, involucrando a los docentes en mejorar y consolidar con calidad el saber. Medina y Salvador (2009), en este sentido diferenciamos dos situaciones de la didáctica, el objeto material de análisis el proceso enseñanza aprendizaje; su objeto formal determina métodos y estrategias efectivas para acrecentar el curso mencionado (Mallart, 2001).

Estrategias didácticas

Teniendo en cuenta las teorías psicológicas que fundamentan a las estrategias didácticas, según De la Torre (2004) supone la determinación de los fundamentos que avalan y legitiman, precisando el propósito o fin, sopesando las actividades a ejecutar de forma progresiva, estableciendo las funciones de los entes que intervienen, en determinados contextos, para la obtención de logros parciales o totales, pero la diferenciación de métodos, técnicas e instrumentos a utilizar permitirán un trabajo riguroso en el logro de la meta a alcanzar. Feo y Siso (2009) afirman que son los procesos (métodos, técnicas, actividades) por los que el docente y los estudiantes, estructuran actividades de manera cuidadosa para mejorar y alcanzar objetivos esperados en el proceso enseñanza aprendizaje, adecuándolas a los intereses de los sujetos de modo provechoso. Como estrategia didáctica asumimos que la determinación de los fundamentos teóricos que la sustenten y legitiman la gradualidad de actividades geométricas en determinados contextos, diferenciando métodos y técnicas a utilizar, permiten un trabajo riguroso para el cumplimiento total o parcial de los objetivos, determinando roles o funciones de los agentes en la intencionalidad implicados en la intencionalidad o meta.

Estrategias docentes en el aula

Supuestos implícitos, cómo desarrollo de secuencias, rol del docente, rol del estudiante, los recursos, el contexto y organización y evaluación. Los documentos primarios de los que se alimentan los perfiles son: entrevista o cuestionario al docente y estudiante, observación del proceso enseñanza aprendizaje en la clase, grabación o filmación de la actividad de aprendizaje, anotaciones en fichas de observación, visionado de la grabación y pasando en una ficha de análisis elaborada para tal efecto por el grupo de trabajo. El progreso y avance de la calidad educativa cuando se reflexiona en el momento oportuno sobre la indagación, creatividad y formación docente. (De la Torre, 2004) cabe destacar que la autocrítica constructiva, de los aciertos y desaciertos surgen los indicios que contribuyen a mejorar el desempeño en el aula.

Estrategia didáctica para la demostración Según Bravo y Arrieta

La estrategia se basa en el de índole generalizado y el principio desarrollador de la imaginación espacial, destacando en ella, la función orientadora, ejecutora y de control, cuyos requisitos muestran que las acciones son independientes unas de otras, las acciones están interrelacionadas entre sí, dichos actos se realizan respetando un orden establecido por el individuo, deben considerar todas las acciones necesarias, al contrastar los productos logrados arribamos a la conclusión que la organización de las actividades, provocó modificaciones sustanciales en progreso de la aptitud demostrar en los estudiantes, Bravo y Arrieta (2003).

Teoría Histórico – cultural de Lev Vygotsky.

Vygotsky resalta los aportes de la cultura, la interrelación de lo social en el desarrollo mental de los sujetos. (Unesco, 1994) considera que las estructuras básicas, dependen de la maduración y desarrollan nuevos y más complicados procesos psíquicos, marcados por las formas de las vivencias sociales del sujeto. (Lucci, 2006). En este sentido, el proceso de desarrollo es de origen sociocultural.

Las interrelaciones sociales con el medio que lo rodea son portadores de mensajes profundos y al asimilarlo, el sujeto modifica su modo de pensar (Unesco 1994) estos procesos psicológicos se presentan de dos formas: externa o interpsicológica cuando se relaciona con los demás e interna o intrapsicológica a la relación consigo mismo.

Un concepto se forma a través de una operación intelectual en la cual las funciones mentales básicas se conjugan en una combinación particular. Este proceso se basa en el uso de la palabra como medio de centrar activamente la atención, abreviando y representando a través de un signo. Los procesos que conducen a la formación del concepto se desarrollan por una parte a partir de la agrupación de objetos bajo un "apellido" común, como resultado del paso de varias etapas y la formación de los conceptos potenciales en base a determinadas características comunes Vygotsky (1995).

Vygotsky distingue dos niveles de desarrollo. El primero cuando el sujeto efectúa una actividad (zona de desarrollo real), que comúnmente es evaluado en la escuela y las que están construyéndose con ayuda de un compañero que sabe más o el docente (desarrollo potencial) (Lucci, 2006).

Teoría del Aprendizaje Significativo

Ausubel diferencia aprendizaje significativo de aprendizaje memorístico, por el método de enseñanza utilizado; diferencia el aprendizaje receptivo del aprendizaje por descubrimiento, pudiendo ser éstas memorísticas o por descubrimiento; para salvar esta situación el material debe estar relacionado con la estructura cognoscitiva del estudiante citado en Guzmán y Calderón (2004).

El material debe tener significado lógico, sus elementos deben estar organizados y sirvan de ideas anclaje para los nuevos aprendizajes, resultando importante la predisposición del estudiante para aprender.

La formación de conceptos es la parte medular del aprendizaje significativo, no habría razón de recapacitar en conceptualizar sin que la noción se haya formado significativamente. Este tipo de Aprendizaje permite que la información adquirida perdure en el tiempo, estimula el interés, la autoestima, el afecto, de los estudiantes y el docente es mediador de los aprendizajes, citado en Rodríguez (2011).

El Modelo Van Hiele.

Distingue dos momentos: descriptivo, permite identificar clases de razonamiento, denominados niveles de razonamiento y brinda al docente sugerencias de cómo apoyar a los estudiantes para que obtengan con más sencillez un nivel superior de razonamiento denominadas “fases de aprendizaje”.

Niveles de razonamiento.

Los rasgos que posibilitan identificar los niveles de razonamiento geométrico a partir de las acciones de los estudiantes, según (Gutiérrez, 1994):

***Nivel 1 Reconocimiento*.**

En este nivel utilizan el lenguaje geométrico básico, aprecian las figuras geométricas como un todo, emplean las propiedades de manera imprecisa y no pueden generalizar, reconocen partes de la figura sin determinar relaciones entre ellas.

***Nivel 2 Análisis*.**

Aprenden propiedades de memoria, diferencian figuras, mencionan elementos de la figura de manera informal, infieren propiedades partiendo del ensayo error para generalizarla pero no pueden explicar, no admite definiciones de textos.

Nivel 3 Clasificación.

Inician el progreso de su razonamiento geométrico, agrupan figuras a partir de propiedades, da definiciones matemáticamente correctas, diferencia las propiedades de una figura y con algunas propiedades pueden caracterizarla, entienden la secuencia del argumento racional pero no la organización de la demostración reconociendo que unas propiedades se infieren de otras, persiste la maniobra y sus demostraciones son de modelo superficial.

Nivel 4 Deducción formal.

Entienden y realizan razonamientos lógicos formales, contrastan demostraciones diversas de una tesis, entienden las interrelaciones y estructura axiomática de la matemática, dando argumentos deductivos formales y justificando las afirmaciones de manera rigurosa.

***Nivel 5 Rigor*.**

Prescinde de algún apoyo específico para incrementar su acción matemática, aceptando la presencia de sistemas axiomáticos distintos y puede examinarlos y diferenciarlos.

En síntesis, el razonamiento geométrico de los estudiantes puede progresar gradualmente y mejorar los logros. En el nivel 1 maneja sólo información visual, en el nivel 2 inicia y reconoce de propiedades geométricas, en el nivel 3 se percibe incremento en las interrelaciones que establece con los conceptos más simples del sistema formal, en el nivel 4 se fortalece el razonamiento geométrico lógico-formal de los estudiantes, en el nivel 5 desarrolla su razonamiento formal axiomático.

Las Fases de aprendizaje*.*

Procesos que siguen una secuencia ordenada de acciones que ejecuta el estudiante para comprender las situaciones presentadas permitiéndole desarrollar sus formas de pensamiento según (Gutiérrez, 1994).

***Fase 1 Información*.**

El docente tiene en cuenta dos momentos importantes, inicialmente la forma como va a abordar la nueva situación con términos básicos, la clase de materiales concretos o tecnológicos y de qué modo los va a usar, seguidamente tendrá en cuenta información referente al tipo de estudiante con el que trabajará, cómo piensan y cuánto conoce del tema nuevo, para estructurar puntualmente sus actividades.

***Fase 2 Orientación dirigida*.**

Los estudiantes se inician en la exploración de la nueva situación, desarrollando acciones con el material proporcionado, la meta es lograr que los estudiantes vayan incorporando gradualmente nuevas formas de razonar, comprendiendo conceptos, propiedades en las diversas tareas que se le asignen orientados a encontrarlos por sí mismos. El docente guía y con pequeñas sugerencias permite al estudiante superar obstáculos.

***Fase 3 Explicitación*.**

Los estudiantes establecen diálogos fluidos sobre el tema estudiado tratándolos con mucha sutileza, alcanzando sugerencias, aclarando ideas con el fin de resolver las dudas. En este estadio los estudiantes deben manejar el lenguaje geométrico propio del área con más regularidad que las dos fases anteriores tras resolver nuevas tareas.

Fase 4 Orientación libre.

Utilizan los saberes adquiridos para establecer nuevas relaciones que favorezcan la solución de problemas. Estas situaciones deben permitir diversas formas de solución y en su estructura deben contener variados conceptos, propiedades que permitan reconocer, utilizar y manejarlas convenientemente, motivando diálogos que conlleven a consensos sobre la solución de problemas. El docente sólo da indicios de cómo proceder para arribar a una solución.

Fase 5 Integración.

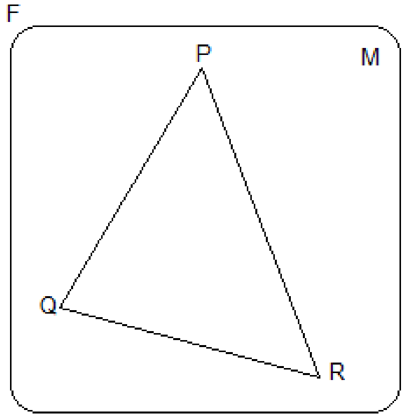
Los estudiantes han recibido amplio bagaje de conocimientos, han establecido diferencias, relaciones, logrando que dichas comprensiones sean interiorizadas, y con ayuda del docente deben ordenarlas en sus estructuras mentales y lograr comprensiones globales.

Culminado este ciclo los estudiantes deben haber logrado un nuevo nivel de razonamiento. Ahora se debe iniciar todo nuevamente, hasta lograr otro nuevo nivel de razonamiento, por ello este modelo es de forma helicoidal.

Los teóricos del constructivismo referidos en esta investigación, parten desde un enfoque social, así Vygotsky sostiene que los procesos que conducen a la formación del concepto se desarrollan por una parte a partir de la agrupación de diversos objetos en grupos bajo un "apellido" común, como resultado del paso de varias etapas y la formación de los conceptos potenciales fundado en determinadas características comunes, en cambio Ausubel, sostiene que el material debe tener significado lógico, sus elementos deben ser potencialmente significativos, sirvan de ideas anclaje para los nuevos aprendizajes, resultando importante la predisposición del estudiante para aprender, la formación de conceptos es la parte medular, aunque ambos teóricos difieren en muchos y convergen en pocos aspectos al considerar Ausubel como concepto a los objetos, eventos, situaciones, con atributos comunes, Vygotsky considera al concepto como una nueva forma de actividad intelectual y un nuevo modo de conducta, pero consideramos conveniente por este motivo a ambos porque se complementan en el tratamiento de la formación de conceptos al desarrollar Ausubel con el enfoque lógico formal y Vygotsky con el enfoque lógico dialéctico, Ramos y López (2015) y Van Hiele por su teoría para la enseñanza de Geometría, considera las experiencias de los estudiantes relacionando los elementos con algún conocimiento que existe en su esquema mental comentando y corrigiendo en pares o en grupo conceptos para resolver problemas, formando nuevas construcciones que enriquezcan las que ya posee y en nuestra estrategia didáctica, tomamos la formación de conceptos como parte fundamental para comprender, interpretar, establecer relaciones para la comprensión y demostración de relaciones métricas de triángulos rectángulos en el cuarto grado de secundaria.

Triángulos.

En el espacio F sea P, Q, R, tres puntos que no están alineados, ubicados en un plano M y los segmentos cerrados de rectas $\overline{PQ}, \overline{QR}\ y\ \overline{PR}$, contenidos en M. El triángulo de vértices P, Q y R, es el conjunto $\overline{PQ} \cup \overline{QR} \cup \overline{PR}$, se denota por ΔPQR; es decir, $\Delta PQR = \overline{PQ} \cup \overline{QR} \cup \overline{PR}$. En este caso, los segmentos $\overline{PQ}$, $\overline{QR}\ y\ \overline{PR}$ son los lados del ΔPQR.



:

Figura 1. Triángulo acutángulo

Dado el triángulo PQR; considerando las mediciones de sus ángulos internos, un triángulo se llama Rectángulo, si uno de ellos mide 90°, los lados que generan el ángulo de 90° se denominan catetos del triángulo, y el lado que se opone al ángulo de 90° se llama hipotenusa del triángulo.

Triángulo rectángulo PQR.

a) $m\measuredangle PQR = 90°$.

b) $\overline{PQ}$ y $\overline{QR}$ son los catetos;

c) $\overline{PR}$ es la hipotenusa.

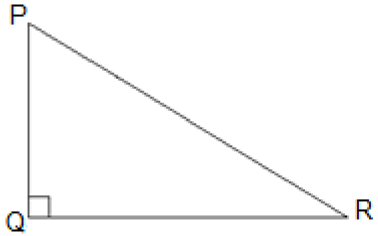


Figura 2. Triángulo rectángulo

Relaciones métricas en triángulos rectángulos.

Sea el triángulo PQR recto en Q, sea $\overline{QT}$ la altura respecto a la hipotenusa $\overline{PR}$, o sea $\overline{QT} \perp \overline{PR}$ con T ∈ $\overline{PR}$. Entonces se cumple:

$\Delta PQR \approx \Delta RTQ \approx \Delta QTP$..

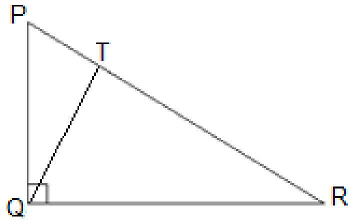


Figura 3. Altura relativa a la hipotenusa

Demostración.

En el ΔPQR, la $m\measuredangle PQR = 90°$ y $\overline{QT} \perp \overline{PR}$, se tiene $m\measuredangle QRP + m\measuredangle QPR = 90°$, $m\measuredangle QTR = 90°$ y $m\measuredangle QTR + m\measuredangle RQT = 90°$. Luego $m\measuredangle PQR = m\measuredangle RQT$, o sea $\measuredangle PQR \cong \measuredangle RQT$. En consecuencia, se tiene $\Delta PQR \approx \Delta QPT$.

En el triángulo PQR recto en Q, de las semejanzas: $\Delta PQR \approx \Delta RQT \approx \Delta QTP$se tienen las siguientes relaciones métricas en un triángulo rectángulo.

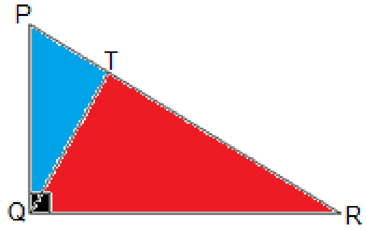


Figura 4. Triángulos rectángulos semejantes

De donde: $m\angle PQR = 90°$

Además: $m\angle PQR = m\angle PQT + m\angle TQR$

Como los triángulos son semejantes $\Delta PQR \approx \Delta RQT \approx \Delta QTP$, para establecer relaciones comprensibles, dibujemos los tres triángulos rectángulos en la misma posición

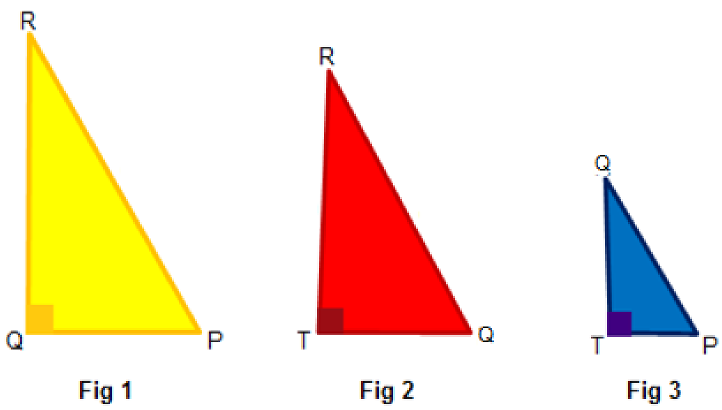


Figura 5: Triángulos rectángulos en posición

En la figura 2 y figura 3, relacionamos la proporcionalidad de sus catetos

$$\frac{RT}{QT} = \frac{QT}{TP}$$

Resolviendo tenemos: $QT^2 = (RT)(TP)$ … (Propiedad 1)

Siendo $\Delta PQR \approx \Delta PQT$, y relacionamos la figura 1 con la figura 3 por la proporcionalidad de la hipotenusa y su cateto mayor:

$$\frac{PR}{QR} = \frac{PQ}{QT}$$

Resolviendo obtendremos: $(PR)(QT)) = (QR)(PQ)$ … (Propiedad 2)

Siendo $\Delta PQR \approx \Delta PQT$, y relacionamos la figura 1 con la figura 3 por la proporcionalidad de la hipotenusa y su cateto menor:

$$\frac{PR}{PQ} = \frac{PQ}{PT}$$

Resolviendo obtendremos: $PQ^2 = (PR)(PT)$ … (Propiedad 3)

Análogamente en las mismas figuras 1 y 2, si relacionamos por la proporcionalidad de la hipotenusa y el cateto mayor.

$$\frac{PR}{QR} = \frac{QR}{QT}$$

Resolviendo obtendremos: $QR^2 = (PR)(QT)$ … (Propiedad 4)

$PQ^2 = (PR)(PT) \quad y \quad QR^2 = (PR)(QT)$ … (Propiedad 3 y propiedad 4)

Si dividimos miembro a miembro, resulta: $\frac{PQ^2}{QR^2} = \frac{(PR)(PT)}{(PR)(QT)}$;

De donde: $\frac{PQ^2}{QR^2} = \frac{(PT)}{(QT)}$ … (Propiedad 5)

De la propiedad 3 y propiedad 4.

$$PQ^2 = (PR)(PT)$$

$$QR^2 = (PR)(QT)$$

También podríamos sumar miembro a miembro

$PQ^2 + QR^2 = (PR)(PT) + (PR)(QT)$ factorizamos el segundo miembro (FCM)

$PQ^2 + QR^2 = (PR)[PT + TR]$ Pero $(PT + TR)$ es igual a la hipotenusa PR del triángulo rectángulo de la figura 1

$PQ^2 + QR^2 = (PR)(PR)$ Reemplazando $PT + TR = PR$

$PQ^2 + QR^2 = PR^2$ … Propiedad (6)

Esta es una propiedad que tuvo mucha importancia en la geometría griega y se le conoce como el Teorema de Pitágoras.

Tengamos presente que si $m\measuredangle Q = 90°$ entonces se cumple dicho teorema, pero si $PQ^2 + QR^2 = PR^2$, entonces pueden ocurrir dos situaciones

Si$PQ^2 + QR^2 < PR^2$, entonces la $m\measuredangle PQR < 90°$, el ángulo $m\measuredangle PQR$ es agudo

Si $PQ^2 + QR^2 > PR^2$, entonces la $m\measuredangle PQR > 90°$, el ángulo $m\measuredangle PQR$ es obtuso (Verástegui, 2012)

Geoplano

Material didáctico elaborado en una región cuadrangular, existen varios tipos, en cuyo interior se distribuyen clavitos que forman una retícula cuadrada (orto métricos) para trabajar con geometría plana, triangulares (isométricos) para hacer construcciones planas en tres dimensiones y las circulares para trabajar con el polígono regular y propiedades de la circunferencia.

Geogebra.

Su creador es Markus Hohenwarter de este recurso tecnológico libre en el que interactúan diversos tópicos de la matemática con gran dinamismo, visualizando gráficos, expresiones algebraicas, hojas de cálculo en tiempo real, aún si se produjeran cambios en una de ellas, lo ha construido unido con un grupo pluricultural de expertos en la enseñanza de la matemática para la escuela (Hermanos Hohenwarter, 2009).

El Geoplano y Geogebra en la comprensión y demostración.

Las construcciones realizadas con material concreto en el Geoplano contienen determinadas regularidades en su estructura y las elaboradas con el Geogebra permiten visualizar las propiedades de las construcciones, al manipular, trasladar, girar y luego deslizar unilateralmente un elemento determinado, observando el comportamiento dinámico del conjunto, sin alterar las relaciones entre sus elementos.

DIAGNÓSTICO DE LA COMPRENSIÓN Y DEMOSTRACIÓN

En este capítulo realizaremos el diagnóstico cualitativo de contexto que permita identificar el estado actual de la comprensión y demostración de relaciones métricas en triángulos rectángulos en el cuarto grado de secundaria, a partir de la información registrada en los instrumentos de recojo de información aplicados: la prueba pedagógica, el cuestionario, lista de cotejos, análisis del cuaderno de trabajo en la Institución Educativa José Domingo Zuzunaga Obando.

Las categorías de nuestro trabajo de investigación han sido la comprensión basada en los Niveles y Fases de razonamiento del modelo Van Hiele sobre proporcionalidad, semejanza, relaciones métricas en triángulos rectángulos; la demostración matemática basada en el mismo modelo y estrategia didáctica en el proceso de enseñanza aprendizaje fusionando la experiencia con teorías adaptadas a nuestro medio.

Se elaboraron los ítems teniendo en cuenta las categorías de la comprensión y demostración basado en los niveles del modelo Van Hiele en el instrumento prueba pedagógica tuvo los siguientes indicadores (anexo 1): Perciben las figuras geométricas en su totalidad de manera global como unidades, describen el aspecto físico de las figuras, describen y enuncian las propiedades de triángulos utilizando vocabulario apropiado, enumeran gran cantidad de propiedades para definir una figura, reconocen las propiedades matemáticas mediante la observación de las figuras y sus elementos, reconocen que unas propiedades se deducen de otras. Para la categoría demostración, reconocen que unas propiedades se deducen de otras, utilizan las representaciones físicas de las figuras más como una forma de verificar sus deducciones que como medio para realizarla, argumenta sus demostraciones, hacen referencias explícitas a las definiciones, realiza razonamientos lógicos formales, comprenden las interacciones entre las condiciones necesarias y las suficientes, muestran un marcado rigor matemático al realizar sus deducciones formales. Para la categoría Comprensión, se elaboraron los ítems PP1, PP2, PP5, PP6, PP8, PP10, PP12 y PP13, para la categoría demostración se elaboraron los ítems: PP3, PP4, PP7, PP9 y PP11. (Anexo 2), se aplicó en dos horas pedagógicas en dos días diferentes a la sección A y sección B.

Niveles de logro de aprendizajes

Las preguntas de la prueba pedagógica son de respuesta libre y de respuesta dirigida que no necesariamente encasillan, ofrecen ayudas para orientar la respuesta del estudiante. Para el análisis utilizamos los estudios realizados en la tesis doctoral Aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo Van Hiele: la enseñanza de las isometrías del plano. La evaluación del nivel de razonamiento de Jaime (1993) realiza un análisis sobre el tratamiento de los resultados obtenidos en la prueba pedagógica. Para evaluar los grados de adquisición del aprendizaje propone siete tipos de respuesta que tienen las siguientes características:

Tipo 1 (T1) Sin respuesta, con respuestas no codificables, que no están en un nivel de razonamiento pero que no proporciona información sobre el tema.

Tipo 2 (T2) Respuesta matemática incorrecta y muy incompleta, hay indicio de cierto nivel de razonamiento, respuestas muy breves y pobres, contienen errores matemáticos no contestan a la pregunta planteada.

Tipo 3 (T3) Respuesta matemática correcta pero muy incompleta, hay indicio de cierto nivel de razonamiento, respuestas muy breves y pobres. No contienen errores matemáticos

Tipo 4 (T4) Respuestas que reflejan características de dos niveles de razonamiento, estructura típica de los estudiantes en transición entre dos niveles, entremezclan dos niveles de razonamiento, las respuestas pueden ser matemáticamente correctas o incorrectas pero deben ser bastantes completas

Tipo 5 (T5) Respuesta bastante completas pero matemáticamente incorrectas, reflejan la utilización predominante de un nivel determinado, la incorrección puede deberse a errores matemáticos, cuyo proceso no lleva a la solución del problema, pero cuyos procesos son válidos

Tipo 6 (T6) Respuesta bastante completas y matemáticamente correctas, reflejan la utilización predominante de un nivel de razonamiento determinado, respuestas claras y correctas pero no completas, hay saltos en el razonamiento deductivo, tienen pequeños errores.

Tipo 7 (T7) Respuesta matemáticamente correcta y completas, reflejan la utilización de un nivel de razonamiento determinado.

Se elaboró una matriz en la que se consideran las fases del modelo Van Hiele (anexo 3) y se elaboraron tres instrumentos: El cuestionario, la lista de cotejos y la ficha de análisis de cuaderno, teniendo como indicadores: realiza explicación sobre qué debe de lograr en esa sesión, responde a preguntas relacionadas al nuevo tema, realiza ordenaciones con el material proporcionado, utiliza material concreto, utiliza medios físicos y tecnológicos, emplea el lenguaje geométrico propio de esta fase, resuelve situaciones geométricas en grupo, resuelve situaciones geométricas, compara resultados y socializa, resuelve problemas geométricos, participa activamente y solicita ayuda, consolida sus conocimientos comparándolos con los anteriormente tratados, con 17 preguntas los cuales son: E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15,, E16, y,E17. (anexo 4), la aplicación del cuestionario tuvo el propósito de conocer el desarrollo metodológico de los dos docentes de matemática en relaciones métricas con triángulos rectángulos, esta fue realizada en las horas libres de los docentes.

La lista cotejos considera 23 preguntas, los que responden a los indicadores de la matriz de las fases de razonamiento con el propósito de conocer la secuencia lógica de la organización de los contenidos respecto a las relaciones métricas en triángulos rectángulos, se aplicó en dos sesiones de 90 minutos (anexo 5).

La ficha de análisis de revisión de cuaderno considera 15 preguntas, los que responden a los indicadores de la matriz de las fases de razonamiento con el propósito de conocer la secuencia lógica de la organización de los contenidos respeto a las relaciones métricas en triángulos rectángulos, se recogieron al azar cuatro cuadernos, dos de cada sección y en cuatro horas pedagógicas en la sala de docentes.

Validación de los instrumentos

La validación de los instrumentos de investigación se realizó por el método de criterio de especialistas, en él se evaluó pregunta por pregunta la pertinencia, la relevancia y la formulación gramatical de cada uno de las preguntas de los instrumentos elaborados como la prueba pedagógica, el cuestionario, la ficha de cotejo y la ficha de análisis de cuaderno de trabajo.

Selección de especialistas.

Para la elección de especialistas se tuvo en cuenta la experiencia laboral mayor de 10 años, tener el grado académico en educación, contar con estudios realizados en didáctica de la matemática y que sean graduados en universidades acreditadas y prestigio.

Resultados de la valoración.

Luego de revisar los instrumentos, los especialistas hicieron observaciones y recomendaciones con la finalidad de mejorar la calidad de los mismos.

Desarrollo del trabajo de campo

El trabajo de campo se desarrolló en la Institución Educativa José Domingo Zuzunaga Obando del distrito de Uchumayo de la provincia de Arequipa, región Arequipa, cuyo inicio fue el lunes ocho de junio hasta el 12 de junio con docentes y estudiantes.

Detalle del análisis de resultados por cada instrumento

Prueba pedagógica

Nivel 1, Al indagar sobre cómo los estudiantes reconocen las figuras geométricas en un plano (PP1), se identifico que el 36% del total de la muestra, representado por 16 de los 44 estudiantes tienen un concepto sobre triángulos, pero cuando leen y ubican en el plano no consideran las direcciones dadas, ello provoca confusión cuando describen el aspecto físico de las figuras geométricas.

Jean: Trata de interpretar el texto, hace algunas aproximaciones mentales pero confunde la calle Buenos Aires con la calle Monitor Huáscar.

Figura 6. Observando figuras geométricas

Karen: confunde las avenidas San Martín y Buenos Aires, cuando las calles implicadas son Monitor Huáscar y 28 de Julio., ve hacia Arriba la solución cuando dicha solución está por debajo de ella.

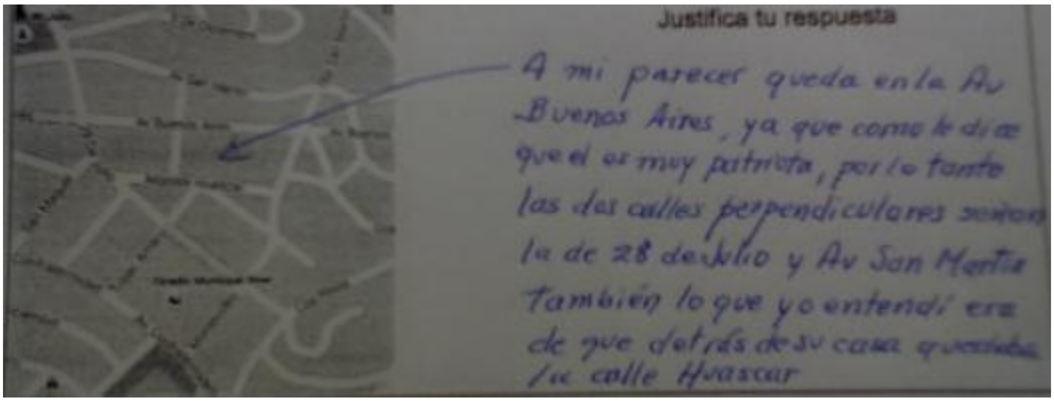


Figura 7. Las figuras geométricas

Tabla 1.

Perciben las figuras geométricas en su totalidad

Regularidad	frecuencia	Porcentaje
Así como Jean, 10 estudiantes consideran que la solución (lectura del mapa) está por encima de la calle monitor Huáscar o hacia un costado	9	56,25%
Así como Karen, 6 estudiantes consideran que la solución está muy por encima de la avenida Buenos Aires, coligiendo con ello que tienen un escaso conocimiento de lectura de planos.	7	43,75%

Al averiguar en los estudiantes sobre la enumeración de triángulos y la agrupación por sus formas escribiendo la cantidad de cada grupo (PP13), El 34% de estudiantes enumera los triángulos, los agrupa demostrando su capacidad de discernimiento de las clases de triángulos.

Ximena: enumera todos los triángulos en la imagen mostrada y luego procede a contarlas y da su respuesta.

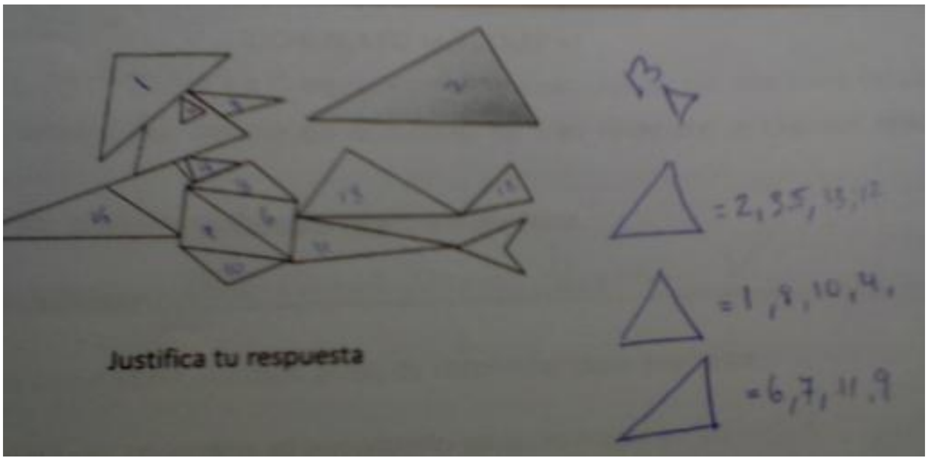


Figura 8. Agrupando triángulos

André: escribe los nombres de los triángulos que puede observar en la figura y luego procede a contarlos para dar su respuesta

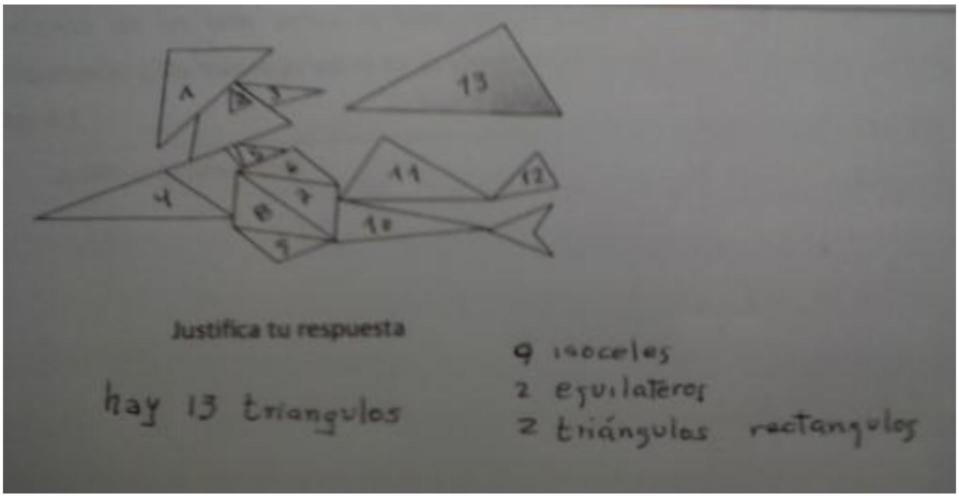


Figura 9 Agrupando triángulos

Carmelo: dibuja las clases de triángulos, pinta, reconoce las clases de triángulos y procede a contarlas y dar su respuesta.

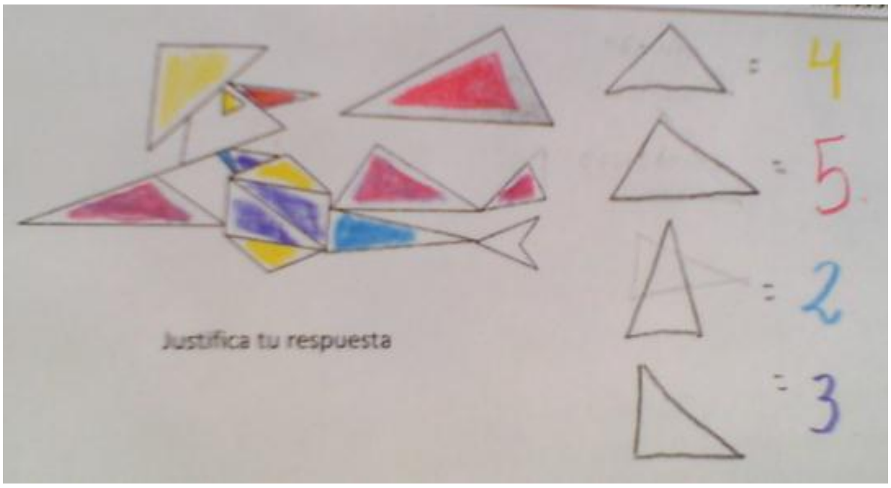


Figura 10. Agrupa triángulos usando colores

Tabla 2.

Enumera triángulos y los agrupa

Regularidad	frecuencia	porcentaje
Así como Carmelo, 5 estudiantes consideran en la solución que era necesario dibujar las clases de triángulos y luego dan su respuesta.	5	33,33%
André y 3 estudiantes consideran necesario en la solución, solo escribir la clase de triángulo y partir de ello dar su respuesta.	3	20,00%
Ximena y 7 compañeros más dibujan las clases de triángulos que observan, las enumeran, cuentan y dan sus respuestas	7	46,67%

Nivel 2. Al averiguar sobre la congruencia en triángulos rectángulos, utilizando vocabulario adecuado (PP10) se observó que el 14% que representa a 6 estudiantes muestra una respuesta de tipo 3, con ello, se percibe que los estudiantes manejan algunas relaciones de proporcionalidad, pero no las concluyen.

Ximena: Grafica un triángulo y traza la altura BD que intercepta a AC en D y ve por conveniente marcar una de las alternativas, guiada por el gráfico obtenido, no realiza ninguna observación más.

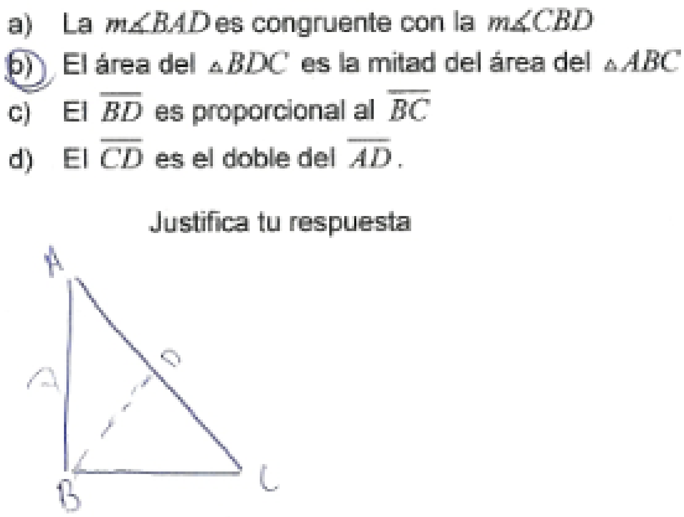


Figura 11. Trazando la altura

Mary dibuja un triángulo rectángulo, pero el punto D no está en AC. Observa los triángulos rectángulos formados en su interior y supone que los segmentos BD y BC son congruentes por el tamaño de los segmentos de la figura, más porque hayan identificado la propiedad.

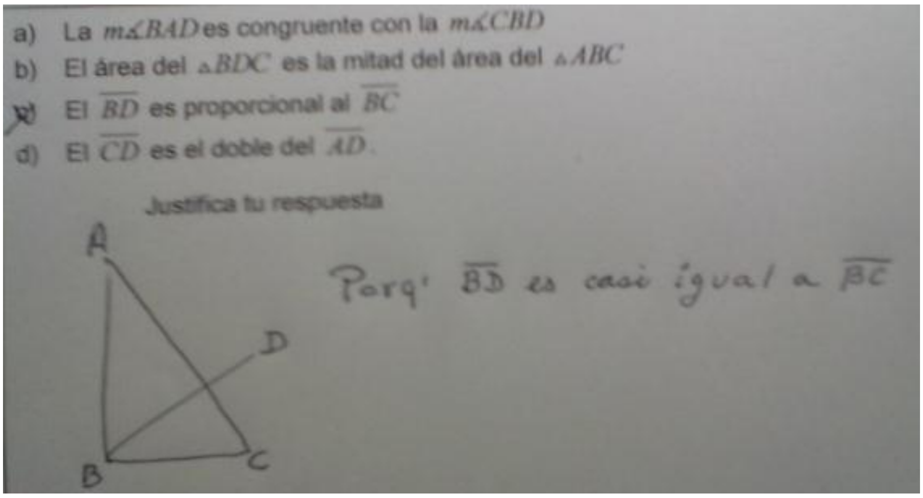


Figura 12. Trazando alturas

Tabla 3.

Describe relaciones de proporcionalidad

Nivel 2. Al averiguar sobre el corolario de triángulos rectángulos del segmento que une

Regularidad	frecuencia	porcentaje
Así como Ximena, 3 estudiantes obran de la misma manera, de los cuales 3 marcan una de las 4 alternativas como se muestra.	3	50,00%
Así como Mary otros 3 estudiantes realizan el mismo procedimiento pero al marcar una de las alternativas muestra inseguridad	3	50,00%

el punto medio de la hipotenusa con el vértice del ángulo recto (PP11) se observó que 10 estudiantes que representan el 23% del total de la muestra expresa un tipo 2 de respuesta, mostrando conocer algo acerca del corolario en triángulos rectángulos

Lizbeth: dibuja un triángulo recto, identifica el punto medio, pero no la hipotenusa, los segmentos congruentes y el vértice del ángulo recto y efectúa un trazo adicional DD, observamos que hay confusión en el uso de símbolos y conceptos geométricos.

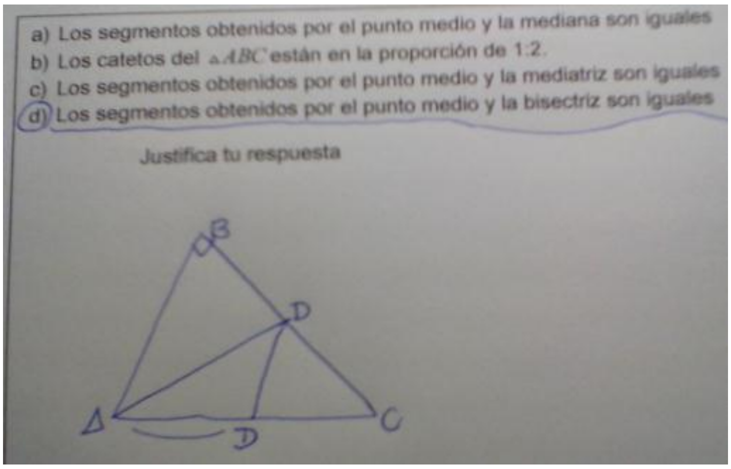


Figura 13. Dibujando un triángulo rectángulo

Jean: dibuja un triángulo que parece un triángulo rectángulo, el segmento BD es correcto, pero no parece que D, sea punto medio de AC, al afirmar que BD es bisectriz, entonces BD no es punto medio, existe confusión en los conceptos geométricos que maneja, es decir, reconoce ángulos pero todavía no reconoce propiedades en los triángulos.

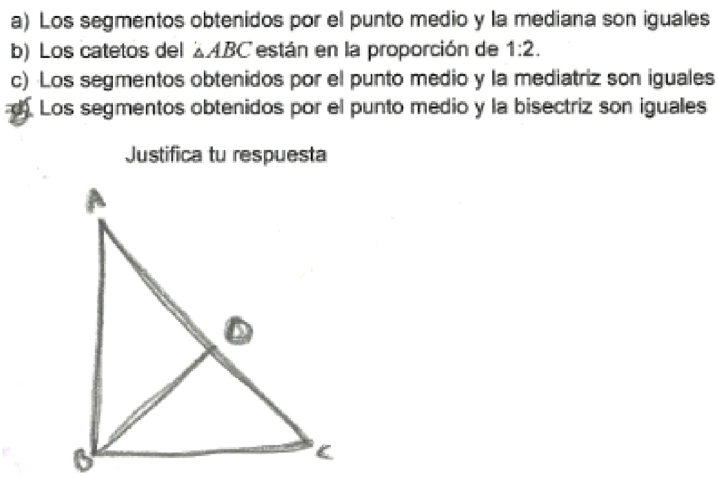


Figura 14. Corolario sobre triángulos rectángulos

Tabla 4.

Corolario sobre triángulos rectángulos

Regularidad	frecuencia	porcentaje
Lizbeth identifica un triángulo rectángulo, punto medio, pero todavía confunde estos conceptos básicos.	1	10,00%
Así como Jean otros 9 estudiantes identifica el ángulo recto en un triángulo rectángulo, pero todavía no hace lo mismo con la idea de punto medio	9	90,00%

Nivel 2. Al averiguar sobre ángulos y triángulos en la semicircunferencia, conociendo el diámetro (PP5) se observó que el 37% que representa a 16 estudiantes de 44, muestra un tipo de respuesta 2, dan a conocer sus conceptos acerca de los triángulos inscritos en una semicircunferencia están en proceso.

Yeimi: considera que el ángulo suplementario a x es la medida del arco AB, identifica ángulos opuestos por el vértice, aplica la propiedad de ángulos suplementarios para encontrar el valor de x.

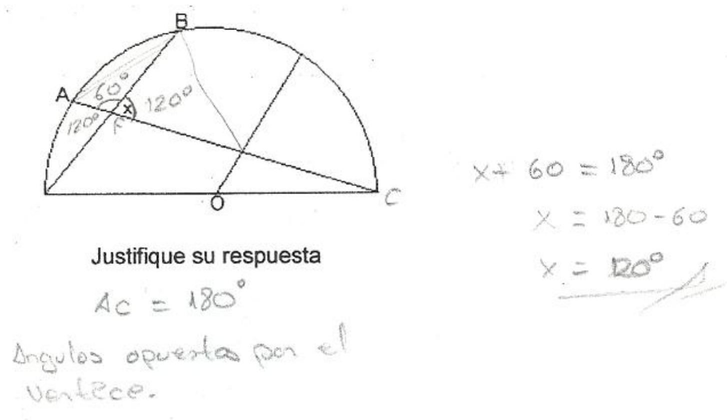


Figura 15. Los triángulos inscritos

Katherine: considera bien, la medida del arco AB, pero confunde la medida del ángulo x con la medida del ángulo inscrito en una circunferencia.

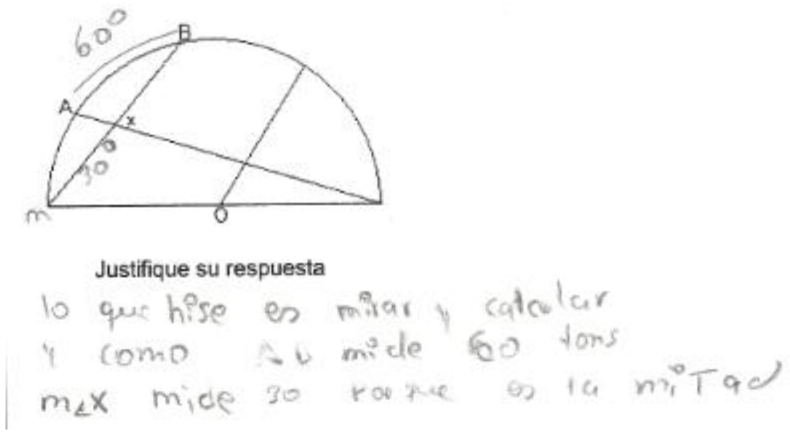


Figura 16. Las propiedades de la semicircunferencia

Tabla 5.

Triángulos inscritos

Regularidades	frecuencia	porcentaje
Al igual que Yeimi 7 estudiantes consideran que el arco es el ángulo suplementario a “x” indicando luego por suma de ángulos que lo son, todavía confunde estos conceptos básicos	7	43,75%
Así como Katherine otros 9 estudiantes identifican el arco pero todavía no reconocen las propiedades de las circunferencias y triángulos inscritos.	9	56,25%

Nivel 2. Averigua sobre la propiedad del triángulo inscrito en una semicircunferencia (PP8) y se observa que 9 estudiantes de los 44 que representan el 20% de la muestra una respuesta tipo 2, tiene un somero conocimiento sobre triángulos inscritos que tienen a la hipotenusa como diámetro de la circunferencia.

Alejandrina identifica el diámetro y considera correctamente que divide al círculo en dos partes iguales, pero no identifica el tercer punto sobre la circunferencia.

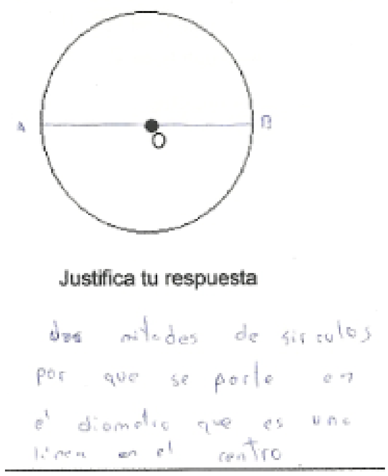


Figura 17. Los triángulos inscritos en la circunferencia

Gustavo identifica el diámetro y al efectuar trazos, construye varios radios, pero no identifica el tercer punto.

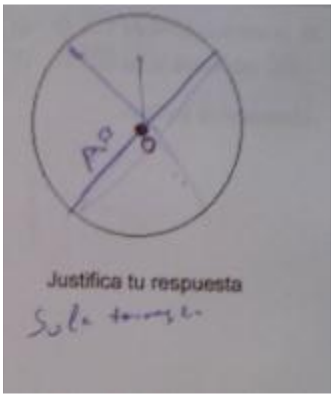


Figura 18. El diámetro en la circunferencia

Tabla 6.

Triángulos inscritos

Regularidad	frecuencia	porcentaje
Al igual que Alejandrina 7 estudiantes consideran que el arco es el ángulo suplementario a “x” indicando luego por suma de ángulos que lo son, todavía confunden estos conceptos.	7	43,75%
Así como Gustavo otros 9 estudiantes identifican el arco pero todavía no reconocen las propiedades de las circunferencias y triángulos inscritos	9	56,25%

Erika: dibuja un triángulo rectángulo, pero no logra ubicar los puntos medios para luego unirlos y encontrar otros triángulos.

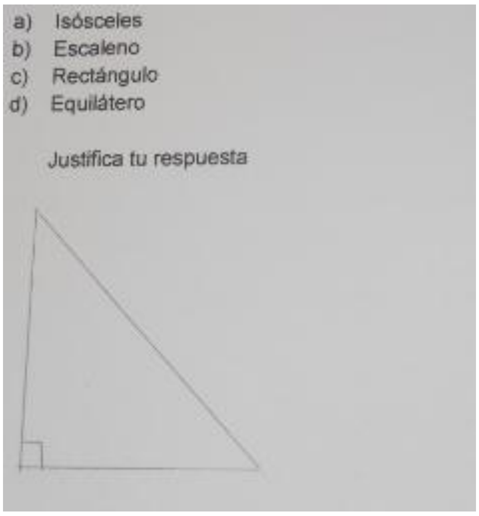


Figura 19. Los puntos medios

Kenya: sobre el triángulo rectángulo trata de formar otro triángulo que es un triángulo isósceles, pero no lograr identificar que es punto medio, y unión de puntos medios para formar otros triángulos.

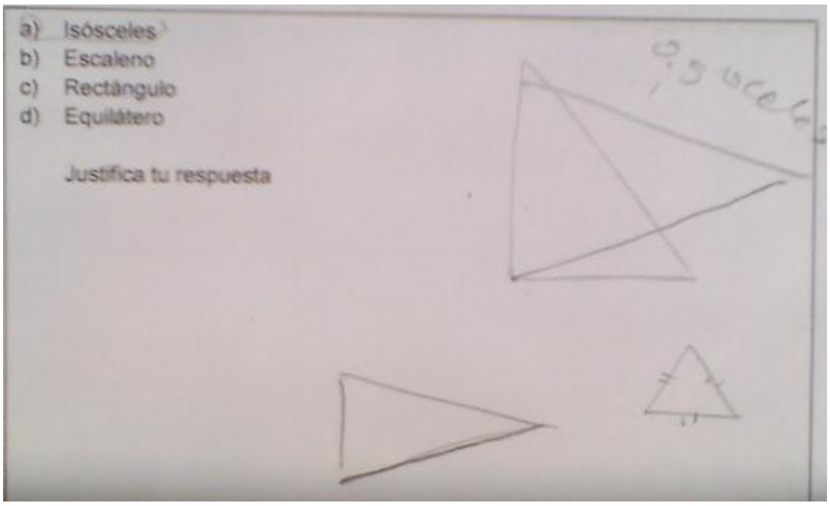


Figura 20. . los puntos medios

Tabla 7.
Puntos medios

Regularidad	frecuencia	porcentaje
Al igual que Erika, 2 estudiantes logran construir el triángulo rectángulo pero no los puntos medios para formar otros triángulos a partir de la unión de esos puntos medios.	2	22,22%
Al igual que Kenya, 7 estudiantes realizan denodados esfuerzos por dibujar un triángulo rectángulo y unir los punto medios de los lados del triángulo rectángulo para encontrar la clase de triángulo formado por esos puntos medios	7	77,78%

Nivel 3. Al averiguar sobre proporcionalidad de segmentos (PP2), el 39% que representa a 17 de los 44 estudiantes muestran conocer acerca de proporciones, razones o escalas, es decir puede distinguir con mucha mayor regularidad los casos de semejanza.

André: Hace una diferencia entre estaturas de la fotografía y esa diferencia la añade a la estatura de María y así obtiene la estatura de Fernando, hay un razonamiento pero no es el correcto.

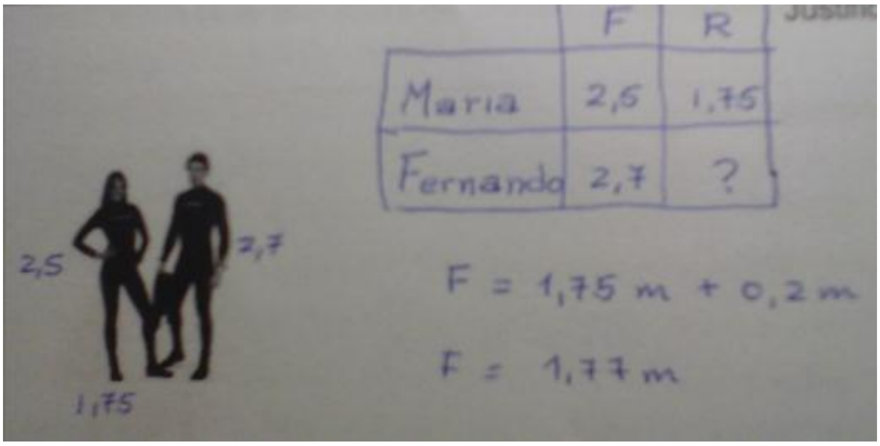


Figura 21. Escalas y semejanzas

Allison: realiza una diferencia entre la estatura de María y la de la foto, y a la medida de la foto le resta la diferencia obtenida, hallando la talla de Fernando de 195 cm, hay cierta lógica, pero no es el más indicado.

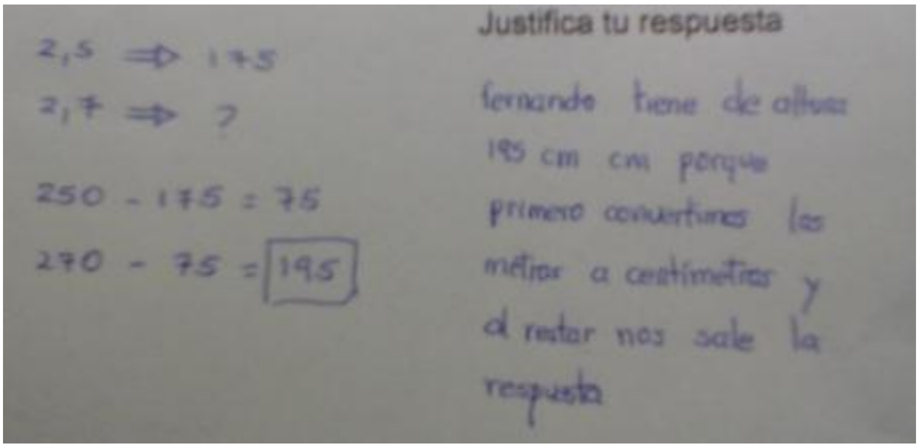


Figura 22. Describe relaciones de proporcionalidad

Tabla 8.

Semejanzas

Regularidad	frecuencia	porcentaje
Así como André, tenemos a 14 estudiantes que han razonado casi de la misma manera, hallando diferencias de fotos y añaden la diferencia a la estatura del otro	14	82,35%
Allison: realiza una diferencia de una misma persona tanto de su talla real con la de la foto y esa diferencia la aplica usando el mismo operador a la talla real de Fernando.	3	17,65%

Luego de analizar las ocho preguntas PP1; PP2; PP5; PP8; PP10; PP11; PP12; referidos a la comprensión concluimos que 5 estudiantes tienen dificultades en diferenciar triángulos, 6 estudiantes establecen relaciones de proporcionalidad pero no concluyen, en tanto 9 estudiantes muestran serias dificultades al enfrentarse con triángulos inscritos, punto medio y triángulos isósceles; 17 estudiantes tienen dificultades en reconocer triángulos, establecer relaciones de proporcionalidad y ángulos inscritos en una circunferencia.

Conclusiones de la categoría Demostración: Prueba Pedagógica

Nivel 3. Al averiguar sobre semejanza de triángulos (perpendicularidad, bisectriz, punto medio, ítem 4), se observó que el 52% que representa al 23 estudiantes de los 44, muestra poco conocimiento sobre intersección de rectas, puntos medios, y por ende semejanza de triángulos.

Marfeda: considera el lado AC mayor, pero no considera que la bisectriz AE con BE, sean perpendiculares, por ello la intersección se da fuera de la región triangular, se guía de las alternativas propuestas.

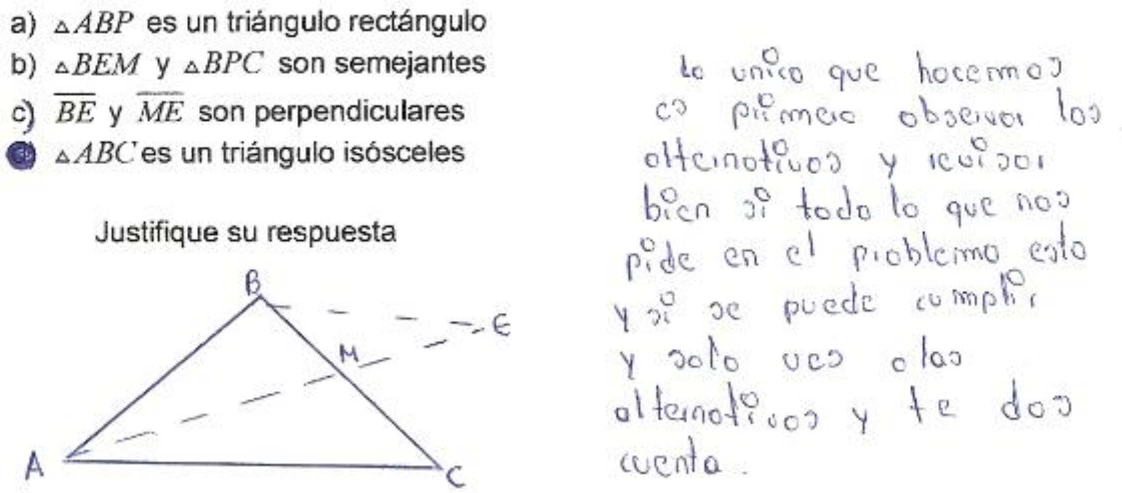


Figura 23. Marfeda y la bisectriz

Erika: considera el triángulo rectángulo, no considera que la bisectriz del ángulo A es perpendicular con BE, y tampoco considera que la bisectriz es interna, traza el segmento ME, cuando BE y AE son perpendiculares.

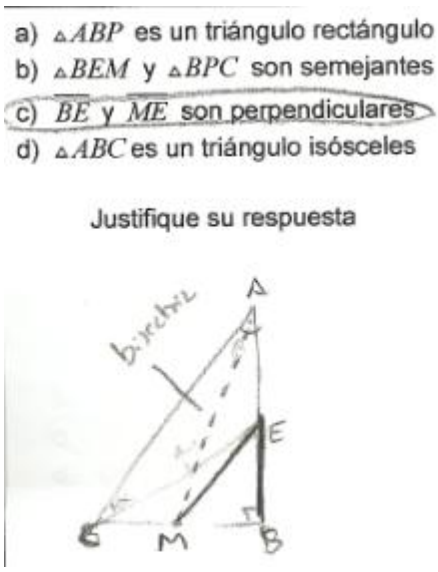


Figura 24. las perpendiculares

Tabla 9.

Proporcionalidad

Regularidad	frecuencia	porcentaje
Así como Marfeda, tenemos a 12 estudiantes que han tratado de graficar sin éxito, debido a que no identificaron la perpendicularidad, punto medio y semejanza de triángulos	12	52,17%
Erika y 11 estudiantes trataron de ubicar la bisectriz del ángulo A perpendicular al segmento BE pero no lograron graficarlo, generándoles confusión en el uso de conceptos geométricos.	11	47,83%

Nivel 3. Al averiguar sobre los triángulos rectángulos (PP6)se observó que 11 de 44 estudiantes, que representa el 25% del total reconoce que es un triángulo rectángulo notable, no recuerda que es un triángulo rectángulo de 37° y 53° ,y en qué proporción se encuentran sus lados.

Luis: identifica las propiedades de los triángulos rectángulos notables, al marcar la respuesta se equivoca, en tal sentido, todavía no relaciona los ángulos con los lados del triángulo rectángulo notable

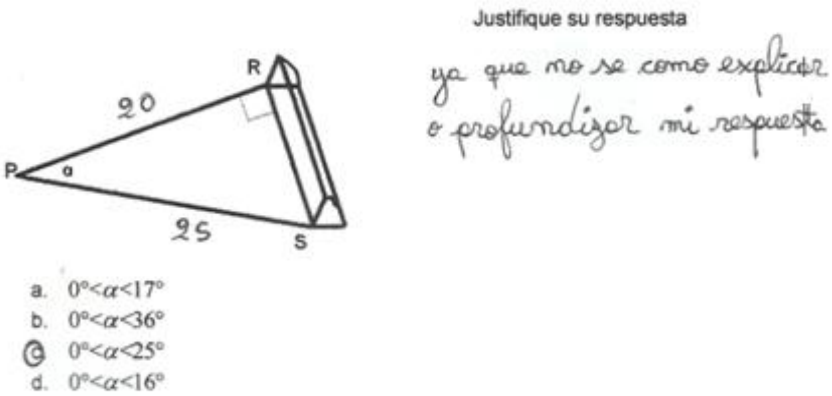


Figura 25. Los triángulos rectángulos

Danny marca la respuesta correcta, pero se guía de las alternativas propuestas, no reconoce la propiedad de los triángulos rectángulos notables.

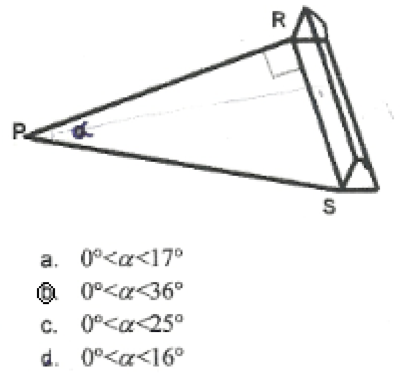


Figura 26. Danny y los triángulos notables

Tabla 10.
Triángulos notables

Regularidad	frecuencia	porcentaje
Al igual que Luis, otros 10 estudiantes logran identificar las relaciones métricas, colocan sus medidas correctamente, pero no logran identificar todavía la medida de sus ángulos	8	10,00%
Danny y 3 estudiantes marcan la respuesta correcta, pero no hay indicios de cómo lo hicieron, puesto que los triángulos no muestran ninguna marca de haber realizado algún cálculo	3	90,00%

Nivel 3. Al averiguar sobre el teorema de Thales (PP9) se observó que el 16% que representa a 7 estudiantes de los 44, muestra un somero conocimiento acerca de las relaciones de proporcionalidad entre los segmentos en el teorema de Thales.

Roxana: realiza un buen gráfico con EF paralelo a BC, una vez realizado ello, no puede relacionarlo con alguna propiedad o teorema estudiado.

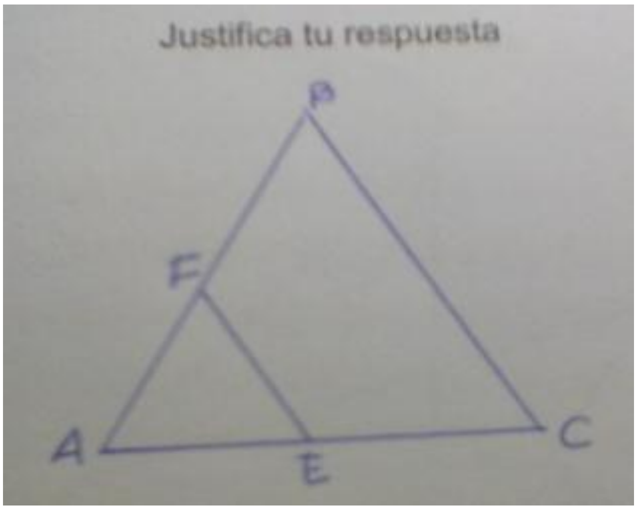


Figura 27. Roxana y las paralelas

Alexia: dibuja un triángulo oblicuángulo y al ubicar F lo hace fuera del segmento AC, confunde P por E, por tanto EF al no existir le crea incertidumbre.

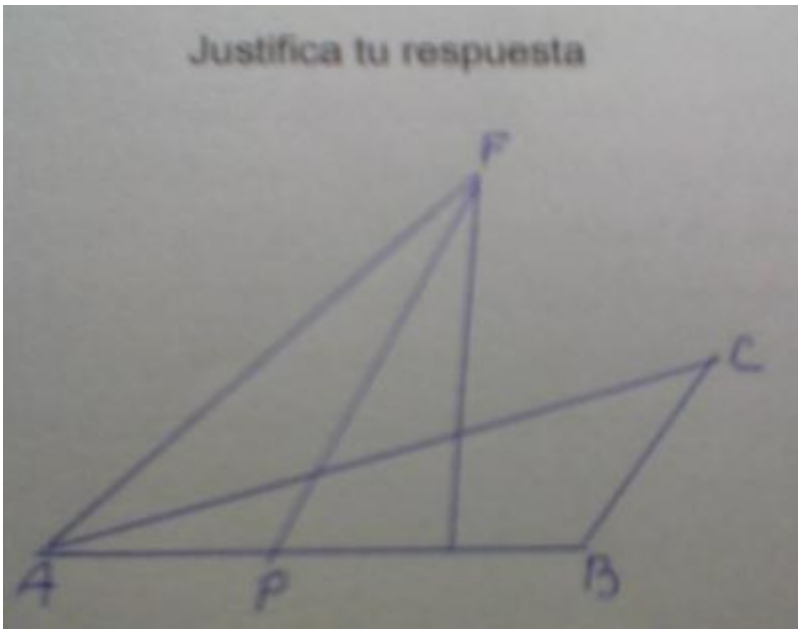


Figura 28. Alexia y las paralelas

Tabla 11.

Teorema de Thales

Regularidad	frecuencia	porcentaje
Roxana y 2 estudiantes logran identificar las rectas paralelas en un triángulo, pero no logran establecer relaciones de proporcionalidad entre segmentos.	2	29,58%
Al igual que Alexia, 5 estudiantes realizan denodados esfuerzos al tratar de dibujar rectas paralelas dentro de un triángulo pero no lo consiguen	5	71,42%

Nivel 4. Al averiguar sobre las proyecciones en triángulos rectángulos (PP3) se observó que el 77% que representa a 34 estudiantes de un total de 44, muestra un somero conocimiento sobre altura, proyecciones relativas sobre la hipotenusa.

Ronaldo: considera el triángulo rectángulo, si bien es cierto que considera la proyección, no considera la altura relativa a la hipotenusa, lo cual lo lleva a sumar proyecciones, mostrando dudas en el uso de lenguaje geométrico y la simbología.

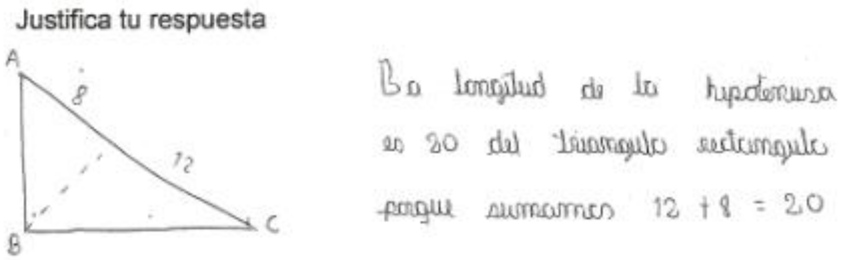


Figura 29. El problema de la proyección

Marfeda: forma el triángulo rectángulo pero no considera la altura, la proyección y aplica el teorema de Pitágoras.

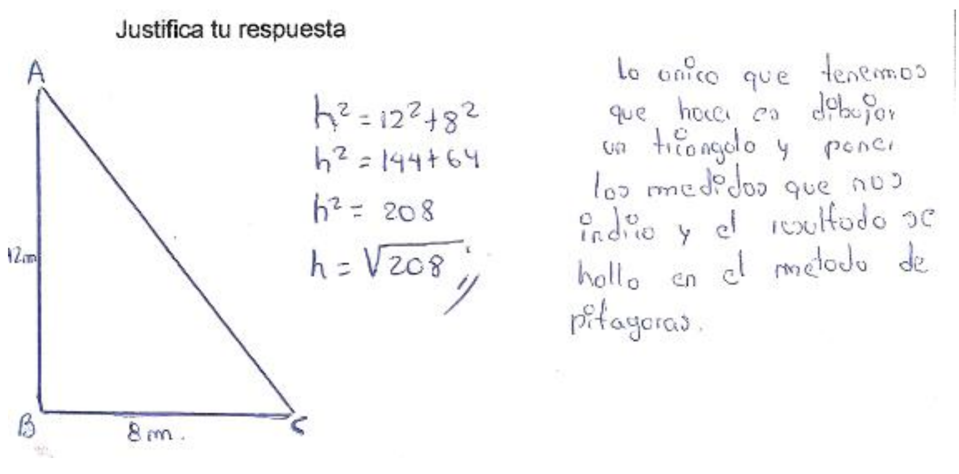


Figura 30. Marfeda y el teorema de Pitágoras

Tabla 12.
Proyección en el triángulo rectángulo

Regularidad	frecuencia	porcentaje
Así como Ronaldo, tenemos 14 estudiantes dibujan el triángulo rectángulo, no consideran la proyección, la altura relativa a la hipotenusa, lo cual lo lleva a sumar proyecciones, mostrando un dudas en el uso de lenguaje geométrico y la simbología	8	23,53%
Así como Marfeda 26 estudiantes han formado un triángulo rectángulo, no tuvieron en cuenta la altura, la proyección, se limitaron a aplicar el teorema de Pitágoras y no identificaron los elementos que pide el problema.	26	76,47%

Nivel 4. Al averiguar sobre perpendicularidad y prolongaciones (PP7) se observó que el 27% que representa a 12 estudiantes, muestra un escaso conocimiento acerca de prolongaciones, pero no lo suficiente como para continuar con la formación de un triángulo fuera de ella, hay poco manejo del lenguaje geométrico..

Luis: su razonamiento es correcto, hasta cuando ha trazado la perpendicular, la medida de los segmentos iguales, pero allí en adelante, no identifica la clase de ángulos que se forman, la clase de triángulo que tiene, impidiendo ello en la solución correcta del problema.

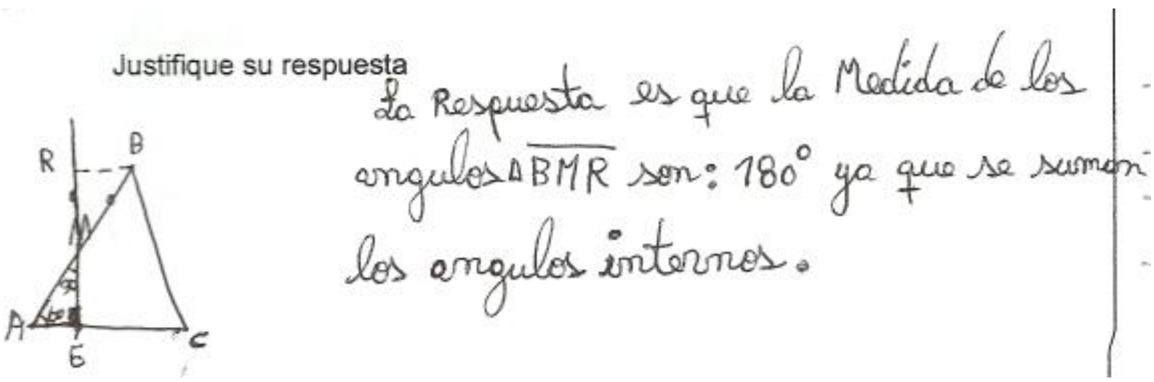


Figura 31. Las proyecciones

Tania: sin embargo, no identifica la perpendicularidad de GM con AC, de modo que luego hay confusión en prolongar GM y lograr formar un nuevo triángulo para encontrar la medida de cada uno de los ángulos del ΔABC

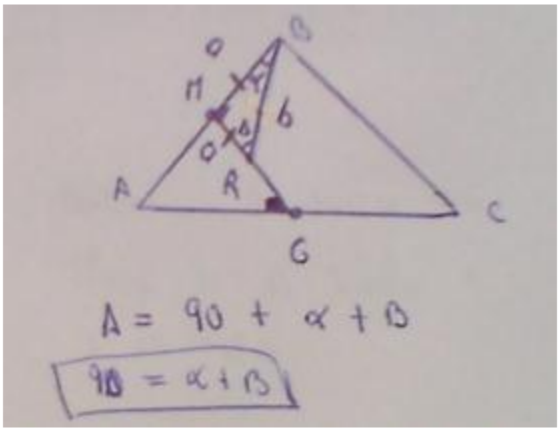


Figura 32. Tania y las proyecciones

Tabla 13
Perpendiculares y Proyecciones

Regularidad	frecuencia	porcentaje
Al igual que Luis, otros 4 estudiantes logran identificar las rectas perpendiculares, pero la prolongación es un término poco conocido y ello no les permite lograr un gráfico con las demás características propias del problema	4	33,33%
Así como Tania 8 estudiantes realizan trazos pero no toman en cuenta la perpendicularidad, lo cual les complica la obtención del gráfico correspondiente que les permita dar solución al problema propuesto	8	66,67%

Del análisis de los cinco ítems que corresponden a la demostración podemos concluir que 7 estudiantes tienen dificultades al identificar las propiedades del teorema de Thales, 12 no discriminan rectas perpendiculares y triángulos rectángulos notables, 23 estudiantes muestran dudas en cuanto a intersección de rectas y puntos medios, en tanto que 34 estudiantes no discrimina el significado de proyección. Es precisamente el ítem 3 en el que los estudiantes muestran su mayor grado de dificultad.

Definición de los Grados de Adquisición de un Nivel de Razonamiento

A la evaluación según el tipo de respuesta, se le asigna una ponderación porcentual así, si es de tipo 1, 0%; tipo 2, 20%; tipo 3, 25%; tipo 4, 50%; tipo 5, 75%; tipo 6, 80%; tipo 7, 100%. Jaime (1993).

Luego de presentar la tabla de valores con las correspondientes ponderaciones se halla la suma de todos los que corresponden a un mismo ítem y se divide entre el número total de términos sumados, en nuestro caso 44 estudiantes, luego se procede con cada uno de las preguntas que corresponden a los indicadores de un mismo nivel, de igual forma con cada uno de los otros niveles.

Para encontrar el nivel de adquisición del aula estas se determinan por el promedio ponderado así por ejemplo, si el promedio de la ponderación es de 0 a 15%, el aula tiene un nivel de adquisición nula, Los resultados en nuestro caso del primer nivel que consta de dos indicadores y dos ítems los promediamos y el valor refleja el nivel de adquisición del salón así por ejemplo se tiene en 15 a 40%, el nivel de adquisición es baja, si va de 40 a 60% el nivel de adquisición es intermedia, si va de 60 a 85% el nivel de adquisición es alta y finalmente si va de 85 a 100% el nivel de adquisición es completa, en nuestro caso el ítem 1, 14,1% y en el ítem 13, 42%; cuyo promedio sería 28,% que corresponde a un nivel de adquisición baja. (Anexo 10).

Según los resultados obtenidos los estudiantes de cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa José Domingo Zuzunaga Obando, estaría con un nivel de adquisición de Aprendizaje en un nivel 1 bajo. (Anexo 17).

Conclusiones del cuestionario (Anexo 11)

Fase 1.

Indicador 1. Al indagar sobre qué debe tener en cuenta para desarrollar las relaciones métricas en triángulos rectángulos ((E1) se observó que se debe considerar semejanzas, proporcionalidad, Pitágoras, saberes previos y además si es necesario que ellos conozcan que deben lograr en la sesión (E16) se observa que es necesario que conozcan cómo se le va a evaluar.

Indicador 2. (E3) al indagar sobre como aborda el problema de las relaciones métricas en triángulos rectángulos se obtuvo que dan reglas y recomendaciones que los estudiantes deben seguir, no recuperan saberes previos.

Indicador 3. (E2) al indagar sobre el uso de material concreto en actividades de triángulos se observó que no utilizan material concreto, y (E6) si organiza sus actividades se obtuvo que se preocupan más por afianzar los aprendizajes con la resolución de ejercicios.

Fase 2.

Indicador 4. (E5)) al indagar sobre como presenta la parte conceptual de las relaciones métricas en triángulos rectángulos se obtuvo que parten de la aplicación de fórmulas en una sesión expositiva.

Indicador 5. (E4) al indagar sobre el tipo de actividad fundamental que propicie comprensión de las relaciones métricas en triángulos rectángulos se obtuvo que utilizan formulas (E17) al indagar sobre el uso de recursos tecnológicos para el desarrollo de las relaciones métricas en triángulos rectángulos se obtuvo que no utilizan este recurso.

Fase 3.

Indicador 6. (E11) al indagar sobre el tipo de problemas que propone cuando aplican las propiedades de relaciones métricas en triángulos rectángulos se obtuvo que deben estar de acuerdo con las propiedades geométricas que se están tratando, teniendo en cuenta niveles de abstracción, (E13) al indagar sobre el teorema de la altura se obtuvo que es necesaria la demostración, y hacen que lo estudiantes la apliquen en la resolución de ejercicios.

Indicador 7. (E8) al averiguar cómo trabajan los ejercicios y problemas con relaciones métricas en triángulos rectángulos, se obtuvo que los estudiantes trabajan en pares o en grupo.

Fase 4.

Indicador 8 (E9) Al indagar sobre como comprueba los resultados de ejercicios sean correctos se obtuvo que el docente resuelve la práctica o al azar un estudiante expone (E10) al indagar sobre la socialización de los aprendizajes se obtuvo que los estudiantes explican la forma como han trabajado.

Indicador 9. (E13) al indagar sobre la resolución por otros procedimientos diferentes al proporcionado se observó que les permiten pero deben argumentar el método utilizado.

Indicador 10. (E14) al indagar sobre la ayuda que le proporciona al estudiante se observa que les corrigen sus equivocaciones.

Fase 5.

Indicador 11. (E7) al indagar sobre si es suficiente que resuelvan ejercicios y problemas con relaciones métricas en triángulos rectángulos o es necesario que consoliden sus aprendizajes (E15) relacionándolos con el tema que sigue o alguna rama del saber humano, se observó que si lo hacen, pero prefieren que sean creadores o llegar a cierto grado de abstracción.

Conclusiones de la lista de cotejo (Anexo 12)

Fase 1.

Indicador 2. Al indagar sobre que deben de lograr los estudiantes en la sesión se observa que se toma en cuenta qué deben lograr los estudiantes en la sesión de aprendizaje.

Indicador 1, 3 y 5. Al indagar sobre la formulación de preguntas relacionadas al tema, recuperando los saberes previos y cómo razonan, se observa que considera a algunos estudiantes y trabaja en torno al avance de ese grupo generalmente realiza preguntas que se auto responde.

Indicador 4 y 6. Al indagar sobre las ordenaciones que realizan con el material proporcionado para la formación de conceptos se observó que no se utiliza material concreto y explica cómo van a trabajar con la fórmula.

Fase 2.

Indicador 7, 10 y 11. Al indagar sobre la utilización de material concreto, manipulando y encontrando una estructura lógica a la situación que propone se observó que no se presenta material concreto, los estudiantes prestan atención a lo que dice el docente.

Indicador 8 y 9. Al indagar sobre la utilización de materiales físicos o tecnológicos para desarrollar la actividad se observó que la sesión es expositiva y no se utilizan recursos tecnológicos.

Fase 3.

Indicador 12. Al indagar sobre el empleo del lenguaje geométrico se observa que utiliza el lenguaje común.

Indicador 13. Al indagar sobre el trabajo grupal de situaciones geométricas se observa que el estudiante muestra inseguridad y no solicita ayuda.

Indicador 14, 15 y 16. Al indagar sobre la solución de situaciones geométricas y el intercambio de experiencias se observa que un buen porcentaje trabaja en pares, tratan de resolverlas aunque el docente todo lo hace.

Fase 4.

Indicador 17. A indagar sobre si resuelve problemas se observa que tratan de resolverlos recurriendo a su compañero.

Indicador 18, 19 y 20. Al indagar sobre la participación de los estudiantes en las actividades y cómo se le ayuda al resolver un problema se observó que la mayoría de ellos se muestran pasivos, el docente les dice cómo deben resolverlos.

Fase 5.

Indicador 21, 22 y 23. Al indagar sobre cómo consolida sus aprendizajes utilizando la meta cognición o un organizador visual se observó que no los consolidan y allí se da por culminado.

Conclusiones del análisis de cuaderno de trabajo

Fase 1.

Indicador 1. Al indagar sobre si se muestra el objetivo de lo que se pretende lograr, se observa que ello no se visualiza.

Indicador 2. Al indagar sobre si averigua como razonan los estudiantes, se observa que realizan comparaciones entre figuras (triángulos rectángulos) estableciendo relaciones entre sus lados.

Indicador 3. Al indagar sobre el trabajo de los conceptos se observa que el docente da las relaciones resaltando la propiedad.

Fase 2.

Indicador 4, 5 y 6. Al indagar sobre cómo planifica las actividades, estableen las relaciones con los materiales para deducir conceptos que desarrollen propiedades se observó que no hay indicios suficientes pero si se aplican las tres propiedades de las relaciones métricas en triángulos rectángulos.

Indicador 7. Al indagar sobre el uso de recursos tecnológicos se observa que no se usa, no se percibe en su cuaderno.

Fase 3.

Indicador 8. Al indagar sobre el empleo del lenguaje geométrico se observa que confunde términos como altura relativa a la hipotenusa con proyección de un cateto sobre la hipotenusa.

Indicador 9. Al indagar sobre el trabajo grupal se observa que trabaja en forma individual.

Indicador 10. Al indagar sobre la comparación de los resultados y socializan se observa que existen errores en las actividades lo que evidencia que no se revisan los ejercicios.

Fase 4.

Indicador 11. Al indagar sobre la existencia de diferentes formas de solución de ejercicios se observa una sola forma.

Indicador 12. Al indagar sobre la participación de los estudiantes y si solicita ayuda se observa que no existen correcciones e su cuaderno de trabajo.

Fase 5.

Indicador 13, 14 y 15. Al indagar sobre la existencia de organizadores visuales, o esquemas se observa que no se realiza.

Triangulación (Anexo 14)

Luego de tener las conclusiones de los tres instrumentos: cuestionario, lista de cotejos y análisis de cuaderno de trabajo, llevamos a cabo la triangulación en base a las fases del modelo Van Hiele y cuyos resultados son los siguientes.

Fase 1.

Indicador 1. Consideran en el cuestionario y lista cotejos qué debe lograr en una sesión de aprendizaje pero no se evidencia en el cuaderno. Además René considera que también debe saber cómo van a ser evaluados.

Indicador 2. Se consideran los saberes previos, aborda el tema con preguntas dirigidas a los estudiantes más sobresalientes y avanza al ritmo de ellos.

Indicador 3. Más se preocupan por afianzar mecánicamente las propiedades de las relaciones métricas en triángulos rectángulos. No trabajan la formación de conceptos.

Fase 2.

Indicador 4. En el desarrollo de las sesiones de aprendizaje, no utilizan material concreto, se percibe que la sesión tiene una estructura lógica.

Indicador 5. No se percibe el uso de algún recurso tecnológico para el desarrollo de la sesión de aprendizaje. Sólo utilizan pizarra, plumones y borrador de pizarra.

Fase 3.

Indicador 6. De alguna manera el lenguaje geométrico utilizado por los docentes resulta insuficiente, debido a que resuelven situaciones aplicando fórmulas, primando el cálculo numérico.

Indicador 7. En un buen porcentaje de estudiantes trabaja con su par, pero muestra inseguridad, no pide ayuda.

Indicador 8. Los estudiantes trabajan en pares la resolución de ejercicios y problemas propuestos, pero no se revisan para corregir errores, por tanto no socializan, los docentes coinciden que deben explicar la forma como han trabajado.

Fase 4.

Indicador 9. Los estudiantes tratan de resolver problemas, recurren a sus compañeros y algunos recurren al docente. René permite que le argumenten y si es correcto su fundamento sugiere que compartan con sus pares. No dialogan sobre la resolución de ejercicios.

Indicador 10. En el cuestionario y lista de cotejos se afirma que corrigen errores pero en el cuaderno no se observa. La mayoría de estudiantes se muestran pasivos. Les ayuda a resolver ejercicios.

Fase 5.

Indicador 11. Los estudiantes no consolidan los conocimientos adquiridos, los docentes se preocupan más de formar estudiantes que sean capaces de crear nuevos ejercicios.

Conclusiones de la Triangulación

Fase 1 Información.

Consideran que es necesario que el estudiante conozca que va a lograr y cómo será evaluado, el rescate de los saberes previos y averigua cómo razonan, aborda temas vinculantes y afianza mecánicamente las propiedades de las relaciones métricas en triángulos rectángulos. No trabaja la formación de conceptos geométricos.

Fase 2 Orientación Dirigida.

La sesión de aprendizaje muestra una estructura lógica, pero no utiliza material concreto o algún recurso tecnológico a pesar de estar instalado en el salón (cpu, monitor proyector), se limitan a usar las herramientas convencionales (pizarra, plumones, borrador de pizarra). Por tanto los estudiantes no exploran el campo resolviendo actividades que favorezcan la formación de conceptos.

Fase 3 Explicitación.

El lenguaje geométrico utilizado por los docentes de la forma como la aplican resulta insuficiente, porque los estudiantes aplican en la solución de ejercicios numéricos, trabajan en pares y muestran inseguridad, al margen que no se revisa los ejercicios propuestos, no pide ayuda. Por tanto, no desarrollan el lenguaje geométrico, no hay intercambio de experiencias significativas y no hay diálogos con el docente.

Fase 4 Orientación libre.

Algunos estudiantes recurren al docente para resolver problemas geométricos, se les permite que argumenten su planteamiento y solución, luego les dice cómo deben resolverlo. Pero no se corrigen errores ante el grupo. La mayoría se muestran pasivos, y no se ve diálogo entre ellos sobre el tema.

Fase 5 integración.

Los estudiantes no consolidan los conocimientos adquiridos, los docentes se preocupan más por formar estudiantes que sean capaces de crear nuevos ejercicios, a que comprendan los contenidos geométricos, que realicen comparaciones, que los combinen con los que ya posee, para que puedan fortalecer su esquema mental con ayuda de algún organizador visual.

De este proceso de análisis cualitativo, resalta la inseguridad del estudiante, la falta de oportunidad para intervenir y la confianza de acercarse al docente para resolver sus dudas, por todo lo analizado, la afectividad sería una nueva subcategoría emergente que tendríamos que considerar en nuestro trabajo dentro del proceso de la comprensión.

PROPUESTA DIDÁCTICA

Marco Metodológico

La investigación desarrollada tiene en cuenta el paradigma educacional así la investigación educativa realizada tiene un enfoque holístico como el modelo Van Hiele y con él intentan comprender la situación actual de nuestra Institución, para lograr transformarla, allí han intervenido juicios propios de la experiencia personal al interpretar los datos producto de la observación, la entrevista o el análisis documental, así como indica Lanuez et al. (2008) es decir, comprende la realidad como una unidad integral y sus múltiples relaciones internas tratando de entenderla en todos sus niveles para aportar con una alternativa que contribuya a mejorar los niveles de aprendizaje.

Con un enfoque cualitativo que proporcione dinamismo organizado dirigido al entendimiento de las acciones del proceso enseñanza aprendizaje ocurridos al interior de la Institución Educativa José Domingo Zuzunaga Obando del distrito de Uchumayo, y a través de su análisis se propongan cambios de praxis, que propicien nuevas rutas tendientes a establecer una estructura coherente cognitiva. Como lo sugiere (Bisquerra, 2004)

El tipo de investigación aplicada proyectiva debido al empleo o uso de saberes asimilados, que van incrementándose, luego de proveer y estructurar la acción fundamentada del diagnóstico situacional de la Institución Educativa José Domingo Zuzunaga Obando, como producto de una configuración estricta, ordenada y sistematizada de conocer el contexto para transformar la realidad como lo señala (Vargas, 2009).

Tiene como objeto de estudio el proceso enseñanza aprendizaje de geometría y como campo, la comprensión y demostración de relaciones métricas en triángulos rectángulos.

Propósito

Modelar una Estrategia Didáctica basada en el modelo Van Hiele en comprensión y demostración de relaciones métricas en triángulos rectángulos con el recurso Geogebra para el cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa José Domingo Zuzunaga Obando del distrito de Uchumayo.

La adquisición de la comprensión a través de la formación de conceptos que el estudiante experimenta luego de un proceso de interacción con material concreto vinculado con los niveles y fases del modelo Van Hiele aseguran el proceso pedagógico que sustenta la demostración geométrica, permitiendo reorientar los atajos que conduzcan al logro de aprendizajes duraderos y significativos.

Como docentes, siguiendo los aportes de Vygotsky, Ausubel, Van Hiele, Vinner, Tall, Pirie y Kieren, nos toca innovar, generar nuevos rumbos que orienten, motiven, que el estudiante reflexione, ordene ideas y actúe independientemente. Aunque a veces se tenga la sensación de no lograr lo trazado, persistamos, la intervención en la zona de desarrollo potencial, que genere un nuevo panorama promoviendo avances cognitivos, modificación de costumbres, aptitudes y su actuación con su medio social Guzmán y Calderón (2004), estos problemas deben ser significativos y atractivos para el estudiante que sean susceptibles de ser tratados desde diversos puntos de vista: cualitativo, cuantitativo, de análisis, y valoración de los fenómenos.

Fundamento socio educativo.

Esta investigación tiene por objetivo, ayudar a los estudiantes de secundaria desde una estrategia didáctica, que permita educar personas con espíritu emprendedor que no desmayen en lograr sus metas respetando las normas morales, fomentando la construcción y el fortalecimiento de su personalidad, estima, e integración a la diversidad cultural, de naturaleza crítico constructivo al asumir sus funciones como ciudadano en conjunción con su medio (Minedu: LGE, art9), dicha estrategia se desarrollará en el contexto de la Institución Educativa José Domingo Zuzunaga Obando del distrito de Uchumayo de la región Arequipa. Dicha Institución es integrada, está ubicada en el pueblo joven Cerro Verde, cuenta con los niveles de educación primaria y secundaria, y tiene una matrícula de 44 estudiantes en el cuarto grado de educación secundaria.

Fundamentos psico-pedagógicos

Los fundamentos pedagógicos que se tendrá en cuenta en esta estrategia didáctica son los principios de: construcción de aprendizajes, necesidad del desarrollo de la comunicación y el acompañamiento en los aprendizajes, significatividad de los aprendizajes, organización de los aprendizajes, integralidad de los aprendizajes, evaluación de los aprendizajes (Minedu, 2009).

La meta cognición y evaluación en sus diversas modos; docente, estudiante u otro ente educativo (Minedu, 2009), metodológicos como talleres, laboratorio de matemática y proyectos (Rutas de Aprendizaje 2015) que orientan el trabajo docente hacia la demostración de relaciones métricas en triángulos rectángulos con un enfoque constructivista, basado en la teoría histórico cultural de Vygotsky, del aprendizaje significativo de Ausubel y el modelo Van Hiele a través de la formación de conceptos, propiciando el desarrollo del pensamiento geométrico, apoyados en documentos normativos del Ministerio de Educación, enriquecerlo y contribuir al progreso de los propósitos geométricos.

Fundamento curricular

En la I.E. José Domingo Zuzunaga Obando del distrito de Uchumayo – Arequipa, se propiciará el desarrollo de la comprensión de relaciones métricas en triángulos rectángulos en base a la formación de conceptos, para luego a través de la apropiación de propiedades geométricas hacer conjeturas, justificaciones para dar validez a los supuestos geométricos, para ello se ha tenido en cuenta los contenidos del área de matemática del cuarto año de secundaria, donde el DCN del marco curricular abordan que para el progreso del pensamiento matemático se deben trabajar aspectos como: Mapas de progreso (competencias), capacidades, contenidos, habilidades, aptitudes que son las que permitan el desarrollo del pensamiento geométrico.

Tabla 14. Propósitos de la Propuesta didáctica

Propósitos	Capacidad	Sesiones de aprendizaje	Contenido	Indicadores
Lograr la formación de conceptos de proporcionalidad, rectas paralelas, rectas perpendiculares, Teorema de Thales, semejanza en triángulos rectángulos justificando con las propiedades trabajadas	Qué identifique en diferentes contextos las nociones de proporcionalidad. rectas paralelas, rectas perpendiculares, Teorema de Thales, semejanza en triángulos rectángulos	15 sesiones de 45 minutos	Proporcionalidad Escalas Ángulos, rectas paralelas y perpendiculares Teorema de Thales Semejanza de triángulos rectángulos	Identifica y compara proporcionalidad entre dos magnitudes Identifica y compara ángulos, paralelismo y perpendicularidad de segmentos Identifica y compara ángulos, segmentos entre rectas paralelas y rectas secantes Identifica y compara las relaciones de semejanza en el triángulo rectángulo Establece relaciones de proporcionalidad en la semejanza de triángulos Establece relaciones de proporcionalidad entre dos triángulos rectángulos Justifica relaciones de proporcionalidad en la semejanza de triángulos Justifica relaciones de proporcionalidad entre dos triángulos rectángulos

Valoración de las potencialidades de la estrategia por consulta a especialistas

Para evaluar la propuesta de intervención diseñada dirigida a la solución de la comprensión y demostración de relaciones métricas en triángulos rectángulos objeto de la investigación se empleó el método de criterio de valoración de especialistas medir los aspectos internos y externos del producto científico. Este método tiene diferentes requerimientos para su aplicación, por ello se diseñaron dos fichas de valoración y se eligieron los especialistas teniendo en cuenta los siguientes criterios: poseer el grado de maestro o doctor en ciencias de la educación, y trabajen en el área de matemática.

Los especialistas seleccionados para avalar la propuesta fueron dos varones y una dama que cuentan con los grados académicos requeridos, la experiencia profesional y la autoridad para la valoración del resultado de la propuesta de la tesis.

Para la concepción de la validación interna (anexo 10) y externa (anexo 11) se diseñaron dos fichas de validación con diez criterios de evaluación e indicadores cuantitativos y cualitativos.

Desde el punto de vista cuantitativo los validadores manifiestan su apreciación en cada uno de los diez criterios que se encuentran en la ficha de validación. La evaluación que le asignaron a cada una de ellas fue: deficiente (puntos 1), bajo (puntos 2), regular (puntos 3), buena (puntos 4) y muy buena (puntos 5). De manera general en cada ficha de validación se obtuvo una puntuación máxima de cincuenta puntos que sumados hacen un total general de cien puntos.

Para analizar el punto de vista cualitativo se solicitó una apreciación crítica del objeto examinado teniendo en cuenta las dimensiones: positivos, negativos y sugerencias.

La primera ficha corresponde a la valoración interna, es decir, el especialista juzga el contenido de la propuesta. Los aspectos valorables desde el punto de vista interno obedecen a diferentes criterios, en este caso constituyen: contiene propósitos basados en los fundamentos educativos, curriculares y pedagógicos, está contextualizada a la realidad de estudio, contiene un plan de acción detallado preciso y efectivo, se justifica la propuesta como base importante de la investigación aplicada proyectiva, presenta objetivos claros coherentes y es posible de alcanzar, guarda relación con el diagnóstico y responde a la problemática, congruencia con el resultado propuesto y el objetivo fijado, correspondencia con las necesidades sociales e individuales actuales, novedad en el uso de conceptos y procedimientos de la propuesta, factibilidad de aplicación del resultado que se presenta.

Los aspectos valorables de la propuesta, desde el punto de vista externo obedecen a diferentes criterios, en este caso constituyen: claridad, objetividad, actualidad, organización, suficiencia, intencionalidad, consistencia, coherencia, metodología y pertinencia. Para ello, se ha elaborado una ficha en la que se presenta los criterios con el puntaje a escala correspondiente y los aspectos a valorar.

Al valorar las recomendaciones y luego de subsanar las observaciones y las sugerencias para la mejora de la propuesta se concluye que el resultado científico es aplicable, siempre que se tenga en cuenta las características psicopedagógicas, sociales, culturales del nivel o área donde se pretende aplicar.

ASPECTOS FINALES

La formación de conceptos para la comprensión como medios para la demostración genera en nosotros los docentes una alternativa que permita superar los inconvenientes y desterrar las ideas contrarias a la práctica de la matemática, por ello, el modelo que se presenta sugiere el trabajo diferenciado y obligatorio para la formación y uso del lenguaje matemático. Así el planteamiento pedagógico, considera que todos los estudiantes trabajen con las mismas oportunidades.

En consecuencia, la investigación cierra sus etapas presentando las conclusiones, las mismas que responden a cada capítulo. De esta manera, se presentan una conclusión por cada tarea científica trazada, la primera conclusión estará referida al marco teórico; la segunda al diagnóstico, la tercera a la propuesta didáctica y la cuarta a la validación de la propuesta didáctica.

Presentación de conclusiones

Conclusión 1: la planificación sistemática y científica de las actividades que conlleven a desarrollar, potenciar conceptos geométricos y no aplicación de fórmulas, conducen por el camino de valoración de conjeturas, que justifiquen las propiedades utilizadas en la demostración no formal como medio que permita la comprensión de las propiedades geométricas.

Conclusión 2: Respecto al estado actual de la comprensión los estudiantes de la institución educativa, no logran establecer relaciones entre conceptos que permitan desarrollar la comprensión, muestra debilidad en la formación conceptual de los términos tratados debido a la escasa planificación de actividades, y el trabajo en el área de matemática sigue siendo tradicionalista.

Conclusión 3: El modelo ofrece una propuesta contextualizada que puede contribuir en el mediano plazo a cambios sustanciales en la Institución Educativa José Domingo Zuzunaga Obando del distrito de Uchumayo, con trabajos individual y grupal que sustentan los espacios a tener en cuenta para una efectiva formación conceptual que relaciona la manipulación del material concreto con el uso de construcciones con Geogebra y paulatinamente el manejo de este software.

Conclusión 4: Las valoraciones de los especialistas señalan que la propuesta será más viable en la medida que la matriz de la propuesta didáctica muestre los resultados del diagnóstico, las actividades y los objetivos de dichas actividades elaborando una rúbrica en donde se verifique los logros de cada una de las actividades así como presentar un apartado las orientaciones para los docentes que van a utilizarla.

Presentación de recomendaciones

Se presentan las recomendaciones derivadas de las partes de esta investigación, cada una en correspondencia con las conclusiones presentadas anteriormente; es decir, dos recomendaciones respecto del marco teórico, tres concernientes al trabajo de campo y dos derivadas de la propuesta.

Conclusión 1: La formación de conceptos en los estudiantes es un proceso lento a veces da la impresión que se realiza un estudio superficial de Geometría, en contraposición a la resolución de ejercicios y problemas de texto, genera cambios sustanciales en el estudiante con un incremento de comprensión que fortalece el uso de terminología geométrica y propiedades.

Conclusión 2|: Cabe hacer algunas precisiones sobre la elaboración de la prueba pedagógica, la prueba debió hacerse sin consignar alternativas, ello ha propiciado que los estudiantes utilicen las alternativas para aproximarse a la posible respuesta, y otros marquen una de las alternativas con un mínimo de esfuerzo, lo que ha permitido recabar información poco relevante.

Conclusión 3: Implementar estrategias de trabajo en el aula que favorezcan el crecimiento y evolución de la comprensión a partir de conceptos os, etc., es una tarea no halagüeña por los resultados que esperan los padres de familia, pero esta construcción va más allá de lo que los estudiantes van a lograr ahora.

REFERENCIAS

Álvarez, C. y Carlos M. (1999). *La escuela de la vida.* Ed: Pueblo y Educación. La Habana.

Barrantes-López, M., & Balletbo-Fernández, I. (2012). Tendencias actuales de la enseñanza-aprendizaje de la geometría en educación secundaria. *Revista Internacional de Investigación en Ciencias Sociales*, *8*(1), 25-42.

Bisquerra, R. (2004). *Metodología de la Investigación Educativa*. Madrid: La Muralla.

Bravo, M.L., & Arrieta, J.J., (2003). Una estrategia didáctica para la enseñanza de las demostraciones geométricas: resultados de su implementación. *Revista iberoamericana de educación.* ISSN: 1681-5653*.*

Caleño, M., (2014). Apropiación de los criterios de semejanza a partir de los conceptos de proporcionalidad y congruencia de triángulos utilizando el software geogebra y algunas aplicaciones applets. (Tesis de Maestría). Universidad Nacional de Colombia, Manizales.

Calvo, C. (2001). *Un estudio sobre el papel de las definiciones y las demostraciones en cursos preuniversitarios de cálculo diferencial e integral*. (Tesis doctoral). Universidad Autónoma de Barcelona, España. ISBN**:** 84-699-8010-6.

Cañadas, M., Nieto, M., & Pizarro, A. (2001). El valor de la demostración en la educación secundaria*.* En Berenger, J., Navas, J., (Eds.), *Investigación en el aula de matemática: retos de la Educación Matemática en el siglo XXI. 167-172*

Cerda, H. (2002). *Los Elementos de la Investigación*. Bogotá: El Búho Ltda.

Cerezal, J. y Fiallo, J. (2002). *Como Investigar en Pedagogía.* La Habana.

Cisterna, F. (2005). *Métodos de Investigación Cualitativa*. Investigación Educativa. Chile.

Contreras, S., (2004). *El concepto de estrategia como fundamento de la planeación estratégica, pensamiento y gestión*, 35, ISSN 1657-6276, Estudiante de maestría de la universidad de Colombia

Crespo, C., & Ponteville, C. (2004). Las concepciones de los docentes acerca de las demostraciones. En Díaz, Leonora (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. 560-564.

De la Torre, S., Oliver, C., Violant, V., Girona, M., y Tejada, N. (2004). El cine como estrategia didáctica innovadora, Metodología de estudio de casos y perfil de estrategias docentes. *Miembros del grupo EDIFID. 6*(7). 65-86*.*

De Villiers, M., (1993). El papel y la función de la demostración en matemáticas. *Revista Épsilon*. 26, 15 – 30.

Encarta (2009). *Enciclopedia*, http://www.biografiasyvidas.com/biografia/

Fenstermacher, G. (1989) Tres aspectos de la filosofía de la investigación sobre la enseñanza. Wittrock, M.: *La investigación en la enseñanza 1*. Barcelona. Paidós.

Feo, R., & Siso, J. (2010). Orientaciones básicas para el diseño de estrategias didácticas.Revista Tendencias Pedagógicas. 16.

García, S., & López, O. (2008). *Enseñanza de la Geometría*. Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.

Gonzales, Fernández, Castellanos, Livina, Arencibia, Hernández (2005). *La investigación Educativa desde un enfoque dialéctico*. La Habana. Iplac.

Gutiérrez, A. (1998) *Tendencias actuales de investigación en Geometría y visualización*. *Texto de la ponencia invitada en el encuentro de Investigadores en Educación Matemática*, TIEM98. Barcelona, España.

Gutiérrez, A. (2007). *Geometría, demostración y ordenadores Departamento de Didáctica de la matemática universidad de Valencia*. Recuperado http:/www.uv.es./Angel.Gutierrez.

Gutiérrez, A. Corberán, R, Huerta, M. Jaime, A. Margarit, J. Peñas, A. y Ruiz, E. (1994). *Diseño y Evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la Geometría en enseñanza secundaria basada en el modelo de Van Hiele*. Madrid. *95.* Ministerio de Educación.

Guzmán, A.D., & Calderón, M.C., (2004). *Orientaciones Didácticas para el Proceso Enseñanza-Aprendizaje.* Cuarta Edición: Santo Domingo ISBN-99934-2359-9

Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, M. (2014). *Metodología de la investigación* (5a ed.) México. ISBN: 978-607-15-0291-9

Hohenwarter, M., & Hohenwarter, J. (2009). Documento de ayuda de Geogebra*. Manual oficial de la versión 3.2.* Traducida por Liliana Saidon. Recuperada de http://www.geogebra.org/ayuda/search.html. 14 de Febrero del 2009

Ibañes, M. y Ortega, T. (1997). La demostración en matemáticas. Clasificación y ejemplos en el marco de la educación secundaria*. Educación Matemática*, *9*(2), 65-104.

Ibañes, M., & Ortega, T. (2001). Un estudio sobre los esquemas de prueba en alumnos de primer curso de bachillerato*.* UNO: Revista de Didáctica de las Matemáticas *8*(28), 39-59.

Ibañes, M., & Ortega, T. (2002). Analizadores específicos para la demostración matemática. Aplicación a los textos en el tema de trigonometría en el bachillerato. *Boletín de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*, *13*.

Ibañes, M. (2001) Cuatro cuestiones en torno al aprendizaje de la demostración. Presentado en *el Quinto simposio de la sociedad española de investigación en educación matemática*. Universidad de Valladolid, Almería

Ibañes, M., y Ortega, T. (2005). *Dimensiones de la demostración matemática en bachillerato.* Números, (61), 19-40.

Jaime, A., & Gutiérrez, A. (1990). Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: el modelo de Van Hiele*, En A* Jaime & A. Gutiérrez (1990) *Teoría* y *práctica en educación matemática*. Sevilla: Ediciones Alfar.

Jaime, A., (1993). *Aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo de Van Hiele: La enseñanza de las isometrías del plano. La evaluación del nivel de razonamiento*. (Tesis Doctoral). Sevilla.

Lanuez, M., Martínez, M., & Pérez, V. (2008). Investigación Educativa en el aula. La Habana, Cuba: *Editorial Pueblo y Educación*.

Larios, V. (2015) La construcción continua de la demostración como medio para enseñar y aprender a validar matemáticamente. Trabajo presentado *en la XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática*. Universidad Autónoma de Querétaro México.

Lezama, J., & Mingüer, L. (2005). Entorno Sociocultural y cultura Matemática en profesores del Nivel Superior en Educación: Estudio de caso: El Instituto Tecnológico de Oaxaca. Una aproximación Socioepistemológica. *Acta Latinoamericana de matemática educativa.* 18, México. 543 – 549.

Lucci, M. (2006). La propuesta de Vygotsky: la psicología socio histórica. Profesorado: *Revista de currículum y formación del profesorado*, *10*(2), 10. Recuperado de http/www.ugr.es/local/recfpro/Rev102COL2port.pdf

Mallart, J., (2001). Didáctica: concepto, objeto y finalidades. *Didáctica general para psicopedagogos*,23-57. Recuperado de ISBN 84-362-4452-4

Medina, A., & Salvador, F., (2009). *Didáctica General* segunda edición ISBN UNED: 978-84-362-5884-4

Meel, D. E., (2003). Modelos y teorías de la comprensión matemática: comparación de los modelos de Pirie y Kieren sobre la evolución de la comprensión de la matemática y la Teoría APOE. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, *6*(3), 221-278.

Ministerio de Educación (2007*). Proyecto Educativo Nacional al 2021*. Resolución Suprema N° 001-2007-ED.

Ministerio de Educación. (2007). *Ley general de educación N° 28044.* Lima

Ministerio de Educación. (2009). *Diseño Curricular Nacional de Educación Básica Regular*. R.M.N° 0448-ED. 15 diciembre 2008. Lima.

Ministerio de Educación. (2015). *Rutas del aprendizaje 2015*. Fascículo VII de matemática. Lima.

Osorio, A., Gil, C., Gómez, W., Romero, E., & Iglesias, M., (2013). Pitágoras y el teorema de la mujer casada. Una propuesta didáctica. *Memorias de VII Jornada de Investigación del Departamento de Matemática y VI Jornada de Investigación en Educación Matemática,* 194 – 204.

Peña, A., (2010). *Enseñanza de la Geometría con tic en educación secundaria obligatoria*. (Tesis doctoral). Universidad Nacional de Educación a distancia de la Facultad de Educación. Madrid.

Pérez, S. (2009). *Enseñanza de la Geometría para un aprendizaje significativo a través de actividades lúdicas*. Tesis para optar el título de licenciada en educación integral. Universidad de los Andes. Trujillo. Venezuela.

Perry, P., Samper, C., Camargo, L., Echeverry, A., & Molina, O., (2008). Innovación en la enseñanza de la demostración en un curso de geometría para formación inicial de profesores. *Innovando la enseñanza de las matemáticas,* 1-18. Toluca, México.

Picardo, J., Escobar, J., y Pacheco, R. (2005). *Diccionario Enciclopédico de Ciencias de la Educación*. (1ra ed.) [versión electrónica] El Salvador: Centro de investigación educativa San Salvador. ISBN en trámite.

Polya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas*. (15ava ed.) México: Editorial Trillas.

Ramos y López (2015). *La formación de conceptos: una comparación entre los enfoques cognitivistas y histórico-cultural*. Educ. Pesqui. Sao Paulo, *41*(3).1517-9702201507135042.

Rodríguez, M. (2011). La teoría del aprendizaje significativo: una revisión aplicable a la escuela actual. *IN. Revista Electrònica d'Investigació i Innovació Educativa i Socioeducativa,* 3(1) 29-50. Recuperado de http://www.in.uib.cat/pags/volumenes/vol3_num1/rodriguez/index.html

Rojas, R. (2013). *Guía para realizar Investigaciones sociales*. México: Plaza y Valdés S. L.

Ruiz, J. (2012). *Metodología de la investigación cualitativa.* 5 edición. Bilbao. Universidad de Deusto.

Tobón, S. (2004). *Formación basada en competencias. Pensamiento complejo, diseño curricular y didáctica*. Bogotá.

UNESCO (1994). IvanIvic. *Revista trimestral de educación comparada* (Oficina Internacional de Educación), 3(4). 773-799.

Vargas, Z., (2009). *La Investigación Aplicada: una forma de conocer las realidades con evidencia científica* Educación. Universidad de Costa Rica. Recuperado. http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=44015082010.

Vázquez, O., Fundora, O., & Barreiro, S. (2006). *El aprendizaje significativo en las Ciencias Médicas.* La Habana.

Verástegui, T. (2012). *Geometría Básica, Curso 1*.Lima, Perú: Moshera S.R.L.

Vygotsky, L. (1995). *Pensamiento y Lenguaje. Teoría del desarrollo cultural de las funciones psíquicas*, Traducción del original ruso: María Margarita Rotger: Ediciones Fausto.

Zapata, C., y Garcés, G. (2008). Generación del diagrama de secuencias de UML 2.1.1 desde esquemas pre conceptuales. Revista EIA,(10),89-103. Recuperado de http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=149212844007.

ANEXOS

ANEXO 1. MATRIZ DE INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN (PRUEBA PEDAGÓGICA)

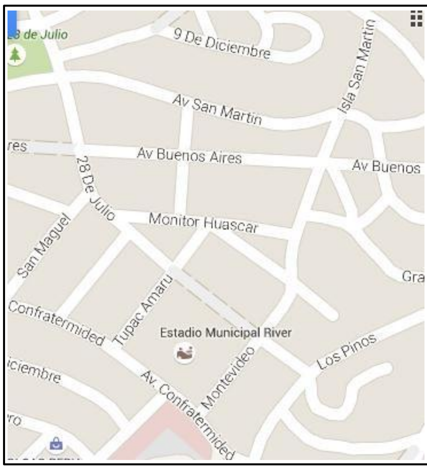
Objetivo	Categorías	Dimensiones	Indicadores	ítems	Instrumento
Proponer una estrategia didáctica basado en el Modelo Van Hiele en la comprensión y demostración en relaciones métricas en triángulos rectángulos con el recurso Geogebra en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la I.E. José Domingo Zuzunaga Obando del distrito Uchumayo-	Comprensión: Una idea, un procedimiento o hecho matemático es comprendido si toma parte de una red interna. Más específicamente, las matemáticas son comprendidas si su representación mental forma parte de una red de representaciones. El grado de comprensión está determinado por el número y la fuerza de las conexiones. Una idea, procedimiento o hecho matemático es comprendido a fondo si se enlaza a redes existentes con conexiones más numerosas o más fuertes	NIVEL 1: Reconocimiento Los objetos se perciben en su totalidad como un todo, no se tienen en cuenta elementos ni propiedades. Jaime, A. Gutiérrez, A. (1998). Por qué los estudiantes no comprenden la Geometría. Grupo Editorial Iberoamérica, S.A. de C.V. en México ISBN 970-625-106-5	1. Perciben las figuras geométricas en su totalidad, de manera global, como unidades. 2. Los estudiantes se limitan a describir el aspecto físico de las figuras.	PP1 PP13	Prueba de desarrollo
		NIVEL 2: Análisis La característica fundamental es que los conceptos se entienden y manejan a través de sus elementos. Perciben las propiedades de los objetos geométricos, puede describirlos, pero no puede relacionar las propiedades entre sí. El descubrimiento y la comprobación de propiedades se lleva a cabo mediante experimentación.	3. Describen y enuncian las propiedades de triángulos, utilizando vocabulario apropiado. 4. Enumeran gran cantidad de propiedades para definir una figura. 5. Reconocen las propiedades Matemáticas mediante la observación de las figuras y sus elementos.	PP10 PP11 PP5 y PP8	Prueba de desarrollo

Arequipa		NIVEL 3: Clasificación Describen objetos y figuras de manera formal, entiende los significados de las definiciones, reconociendo algunas propiedades para establecer relaciones entre ellas y sus consecuencias de manera que son capaces de seguir demostraciones, aunque no las entiendan como un todo, ya que con su razonamiento lógico solo son capaces de seguir pasos individuales	6. Reconocen que unas propiedades se deducen de otras. 7. Utilizan las representaciones físicas de las figuras más como una forma de verificar sus deducciones que como un medio para realizarlas. 8. Argumentan sus demostraciones, hacen referencias explícitas a las definiciones.	PP4 y PP12 PP2 y PP6 PP9	Prueba de desarrollo
		NIVEL 4: Deducción Formal Está caracterizado por la comprensión y el empleo del razonamiento formal. Comprende y utiliza el engranaje existente en el mundo matemático, se realizan deducciones y demostraciones, entendiendo las propiedades para formalizarlos en sistemas axiomáticos.	9. Realizan razonamientos lógicos formales. 10. Comprenden las interacciones entre las condiciones necesarias y las suficientes.	PP3 PP7	Prueba de desarrollo
		NIVEL: Rigor Se trabaja la geometría sin necesidad de objetos geométricos concretos, conociendo la existencia de diferentes sistemas axiomáticos que le permiten analizar y compara	11. Muestran un marcado rigor matemático al realizar sus deducciones formales.		

ANEXO 2. PRUEBA PEDAGÓGICA

PRUEBA DIAGNÓSTICA APLICADA A ESTUDIANTES DE CUARTO GRADO SECUNDARIA DE LA I.E. JOSE DOMINGO ZUZUNAGA OBANDO UCHUMAYO (AREQUIPA)

1. Raúl se ha perdido, un policía al encontrarlo saca un mapa en su bolsillo y en él dice: Tú casa queda entre dos calles perpendiculares, eres muy patriota y por detrás está el Huáscar. Señala con una flecha la casa de Raúl. Qué forma tiene la manzana a la que pertenece la casa de Raúl. Indicador 1.1.



Justifica tu respuesta

2. En la fotografía, María y Fernando miden 2,5cm y 2,7cm, respectivamente; en la realidad, María tiene una altura de 175 cm. ¿Qué altura tiene Fernando en la realidad? Indicador 3,2

Justifica tu respuesta

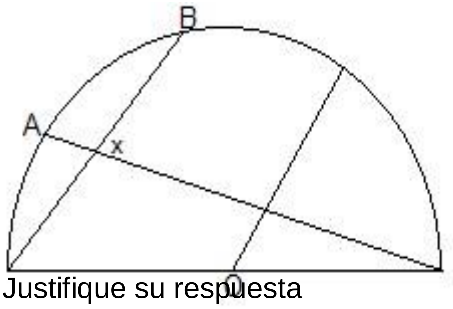
3. En un triángulo rectángulo *ABC* recto en *B*, se sabe que la altura trazada desde *B* y la proyección de un lado sobre el lado mayor (hipotenusa) miden 12m y 8m, respectivamente. ¿Calcula la longitud de la hipotenusa del triángulo rectángulo *ABC*? Indicador 4.1.

Justifica tu respuesta

4. En un triángulo ABC donde $\overline{AC}$ es el lado mayor, se traza $\overline{BP}$ que interseca a $\overline{AC}$ *en P y* $\overline{BE}$ perpendicular a la bisectriz interna del ángulo A. luego, se une el punto medio M de $\overline{BC}$ con E. Se puede afirmar que: Indicador 3.1

a) ΔABP es un triángulo rectángulo b) $\Delta BEM\ y\ \Delta BPC$ son semejantes c) $\overline{BE}\ y\ \overline{ME}$ son perpendiculares d) ΔABC es un triángulo isósceles	Justifique su respuesta

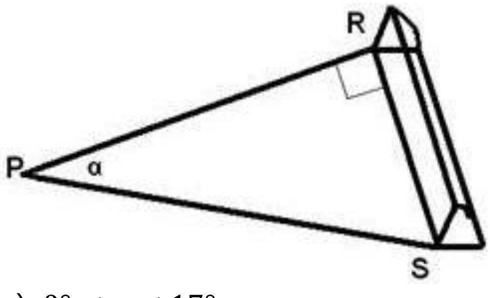
5. Calcular la $m\measuredangle x$, si la $m\widehat{AB} = 60°$ Indicador 2.3.



Justifique su respuesta

6. Rena y Malblanch, líder goleador en la Olimpiada Nacional Juvenil de futbol del 2008, se encuentra en un punto P del terreno a una distancia de 20 y 25 metros respectivamente de los extremos R y S de la portería. ¿Qué valores de los que te indicamos a continuación puede tomar el ángulo de tiro para que Renay anote un gol? Indicador 3.2

Justifique su respuesta



a) $0° < \propto < 17°$

b) $0° < \propto < 36°$

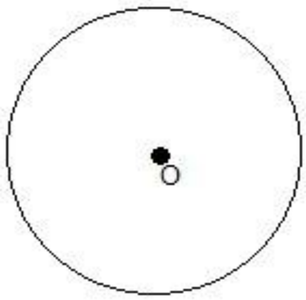
c) $0° < \propto < 25°$

d).$0° < \propto < 16°$

7. Se tiene un triángulo equilátero ABC en cuyo lado $\overline{AC}$, se toma un punto G y en $\overline{AB}$ el punto M tal que la $m\angle MGA$ es recto. En la prolongación de $\overline{GM}$ se toma el punto R tal que $\overline{BM} = \overline{MR}$. La medida de los ángulos del ΔBMR son: Indicador 4.2

Justifique su respuesta

8. En la circunferencia de centro O, $\overline{AB}$ es el diámetro, considere un punto cualquiera de la circunferencia, ahora una todos los puntos mencionados de la circunferencia. ¿Qué clase de figura se obtiene?
Indicador 2.3.



Justifica tu respuesta

9. En un ΔABC acutángulo, se traza $\overline{EF}$ // $\overline{BC}$, E no es punto medio de $\overline{AB}$ y *F* en $\overline{AC}$ se une el vértice B con el punto F. Con esta información se puede afirmar que:

a) $\overline{BF}$ es la altura del ΔABC Indicador 3.3

b) El ΔABC reúne las características del teorema de Thales

c) El ΔABF es un triángulo rectángulo

d) $\overline{EF}$ es la mediana del ΔABC

Justifica tu respuesta

10. En un ΔABC recto en B, se traza la altura que interseca en D, a uno de sus lados, con esta información podemos afirmar Indicador 2.1.

a) La $m\angle BAD$ es congruente con la $m\angle CBD$ Justifica tu respuesta

b) El área del ΔBDC es la mitad del área del ΔABC

c) El $\overline{BD}$ es proporcional al $\overline{BC}$

d) El $\overline{CD}$ es el doble del $\overline{AD}$.

11. Si en un ΔABC recto en B, se une el vértice que contiene al ángulo recto con el punto medio D en $\overline{AC}$, se puede afirmar que: Indicador 2.2

a) Los segmentos obtenidos por el punto medio y la mediana son iguales
b) Los catetos del ΔABC están en la proporción de 1:2.
c) Los segmentos obtenidos por el punto medio y la mediatriz son iguales
d) Los segmentos obtenidos por el punto medio y la bisectriz son iguales
Justifica tu respuesta

12. Si en un triángulo rectángulo, se unen los puntos medios, el triángulo formado por estos puntos es: Indicador 3.1.

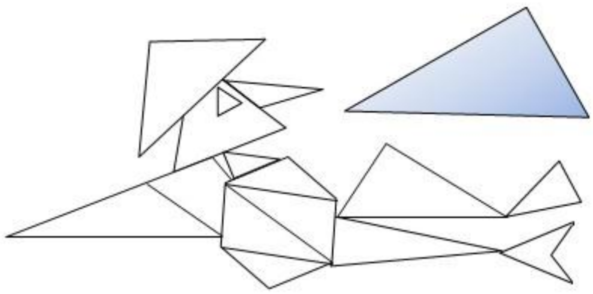
a) Isósceles
b) Escaleno
c) Rectángulo
d) Equilátero

Justifica tu respuesta

13. Enumera todos los triángulos y luego agrúpalos por sus formas y escriba la cantidad de cada uno de ellos.

Indicador 1.1.

Justifica tu respuesta



ANEXO 3. MATRIZ DE INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN (CUESTIONARIO, LISTA COTEJOS, FICHA DE ANÁLISIS)

Objetivo	Categorías	Dimensiones	Indicadores	Item	Instrumento
Proponer una estrategia didáctica basado en el Modelo de van Hiele en la comprensión y demostración en relaciones métricas en triángulos rectángulos con el recurso geogebra en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la I.E. José Domingo Zuzunaga Obando del distrito Uchumayo-	Comprensión: Una idea, un procedimiento o hecho matemático es comprendido si toma parte de una red interna. Más específicamente, las matemáticas son comprendidas si su representación mental forma parte de una red de representaciones. El grado de comprensión está determinado por el número y la fuerza de las conexiones. Una idea, procedimiento o hecho matemático es comprendido a fondo si se enlaza a redes existentes con conexiones más numerosas o más fuertes Hiebert y Carpenter (1992). Aprendizaje y enseñanza con comprensión. Traducción hecha por Alfonso H. y Perry, P.	FASE 1: INFORMACIÓN Se averiguan los saberes previos de los estudiantes y la forma de razonar para poder entrar en contacto con los objetivos, trabaja fundamentalmente los conceptos Jaime, A. Gutiérrez, A. (1998). Por qué los estudiantes no comprenden la Geometría. Grupo Editorial Iberoamérica, S.A. de C.V. en México ISBN 970-625-106-5	1. Realiza explicación sobre qué deben de lograr en esa sesión. 2. Responden a preguntas relacionados al nuevo tema. 3. Realizan ordenaciones con el material proporcionado.	E16 E3 E6	Cuestionario docentes
		FASE 2: ORIENTACIÓN DIRIGIDA Exploran el campo resolviendo actividades y problemas basados en el material que ha sido proporcionado se desarrolla preferentemente conceptos y propiedades. el profesor planifica las situaciones que propone.	4. Utiliza material concreto. 5. Utiliza medios físicos y tecnológicos.	E2 y E5 E4 y E17	

Arequipa		FASE 3: EXPLICITACIÓN Los estudiantes son conscientes de las características y propiedades aprendidas y las consolidan con el vocabulario propio del nivel, se fomenta el intercambio de experiencias, comentan, explican en el grupo lo que han descubierto y diálogos profesor – estudiante.	6. Emplean el lenguaje geométrico propio de esta fase. 7. Resuelven situaciones geométricas en grupo. 8. Resuelven situaciones geométricas y comparan resultados y socializan.	E11 y E12 E8 E9 y E10	
		FASE 4: ORIENTACIÓN LIBRE. Las actividades deben permitir resolver situaciones con los conocimientos que adquirieron previamente para que pueda explorar diversas posibilidades, en esta fase el docente da indicios y fomenta la discusión.	9. Resuelven problemas geométricos. 10. Participa activamente el estudiante y solicita ayuda.	E13 E14	
		FASE 5: INTEGRACIÓN. Deben adquirir una visión general de los contenidos y métodos que tienen a su disposición, debiendo el docente fomentar el trabajo proporcionado comprensiones globales mediante la acumulación, comparación, combinación de conocimientos que ya tiene ayudándoles a organizar los que ya tiene	11. Consolidan los conocimientos comparándolos con las anteriormente tratados	E7 E15	

ANEXO 4. CUESTIONARIO PARA DOCENTES

Las siguientes preguntas son situaciones que están ligadas a su labor docente en el área de matemática, por favor explique cada una de las situaciones planteadas.

El próximo tema que le toca tratar en el cuarto grado de secundaria son las relaciones métricas en triángulos rectángulos, que es lo que debe necesariamente tomar en cuenta, para desarrollarlo. ¿Podría explicarnos?.

Indicador 2.1

....
....
....
....

Para ayudar a que los estudiantes entiendan la actividad de triángulos, usa algún tipo de material concreto que les permita realizar ordenaciones según una indicación dada. Podría explicar? Indicador 1.3

....
....
....
....

Va a tratar por primera vez las relaciones métricas en triángulos rectángulos con los estudiantes; cómo aborda el tema, ¿Podría explicarnos?. Indicador 1.2.

Toma una prueba de entrada

Pregunta a algunos estudiantes sobre el nuevo tema.

En el discurso hace preguntas abiertas que los estudiantes van resolviendo

Toma una situación de contexto y realiza un paralelo con el tema.

………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………….

Qué tipo de actividad fundamental deben realizar los estudiantes para comprender las relaciones métricas en triángulos rectángulos. Podría explicar? Indicador 2.2

Aplicar la propiedad de relaciones métricas en triángulos rectángulos.

Resolver ejercicios de relaciones métricas en triángulos rectángulos.

Resolver problemas de relaciones métricas en triángulos rectángulos

Utilizar medios físicos para establecer relaciones entre triángulos rectángulos.

……
……
……
……………………………………………………………………………………………………

Cuando trabaja la parte conceptual de las relaciones métricas en triángulos rectángulos, cómo lo presenta al estudiante. ¿Podría explicarlo? Indicador 2.1.

Utiliza un organizador visual de las relaciones métricas en triángulos rectángulos.

Utilizan el material proporcionado para trabajar con triángulos rectángulos..

Dicta los conceptos importantes de relaciones métricas en triángulos rectángulos..

Prioriza la aplicación de la fórmula de relaciones métricas en triángulos rectángulos.

……
……
……
………………………………………………………………………………………………………

Organiza las actividades de relaciones métricas en triángulos rectángulos, de modo que los estudiantes. Podría explicar? Indicador 1.3

Resuelvan Ejercicios y problemas tipo ingreso a la universidad.

Resuelvan un bloque de problemas

Realicen ordenaciones con el material proporcionado.

Resuelvan un bloque de ejercicios.

……
……
……
………………………………………………………………………………………………………

Cuando los estudiantes terminan de resolver algoritmos y problemas sobre relaciones métricas en triángulos rectángulos. Considera que ello es suficiente para que consoliden su aprendizaje o realizan algo más. Podría explicarnos?. Indicador 5.1

……
……
……
………………………………………………………………………………………………………...

De qué forma trabajan los estudiantes los algoritmos y problemas sobre relaciones métricas en triángulos rectángulos en el aula. Podría explicar cómo? Indicador 3.2

Individualmente.

En pares.

En grupo.

Por afinidad.

……
……
……
……………………………………………………………………………………………………..…

Cuando trabaja relaciones métricas en triángulos rectángulos, cómo comprueba que los resultados de los estudiantes estén correctos. Indicador 3.3

Ellos comparan sus respuestas.

Reviso algunos cuadernos.

Resuelvo cada situación planteada

Reviso todos los cuadernos.

……
……
……
……………………………………………………………………………………………………….

Los estudiantes al terminar las actividades sobre relaciones métricas en triángulos rectángulos, socializan con sus compañeros lo aprendido. Podría explicar?

Exponen sus trabajos en grupo. Indicador 3.3.

Presentan en papelógrafo las ideas centrales.

Siempre es el mismo el que expone.

Selecciona un estudiante para que explique.

……
……
……
……………………………………………………………………………………………………….

Cuando aplican las propiedades de las relaciones métricas en triángulos rectángulos qué tipo de problemas les propone. Indicador 3.1

Problemas contextualizados.

Problemas tipo para ingreso a la universidad.

Problemas que incidan en las propiedades geométricas.

Problemas que desarrollen el razonamiento lógico.

……
……
……
……………………………………………………………………………………………………….

Cuando los estudiantes van a aprender el teorema “el cuadrado de la altura relativa a la hipotenusa es media proporcional al producto de las proyecciones de sus catetos sobre ella”. Ud. prefiere. Indicador 3.1.

Explicar la fórmula de un teorema de relaciones métricas en triángulos rectángulos.

Demostrar el teorema de relaciones métricas en triángulos rectángulos.

Aplicar el teorema de relaciones métricas en triángulos rectángulo en ejercicios.

La aplicación práctica del teorema relaciones métricas en triángulos rectángulos

……
……
……………………………………………………………………………………………………….

Cuando los estudiantes resuelven sus algoritmos y problemas sobre relaciones métricas en triángulos rectángulos por métodos diferentes al nuestro y le presentan, cuál es su actitud respecto a la solución presentada por el estudiante.

Les acepta. Indicador 4.1.

No les acepta.

Les pide una explicación.

Les recomienda que sigan los métodos utilizados.

……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………

En el momento que los estudiantes usan las propiedades de relaciones métricas en triángulos rectángulos en ejercicios y problemas y uno de los estudiantes le pide que le ayude, usted qué actitud asume. Podría explicarnos?. Indicador 4.2

Corrigiéndole y le hace ver su error.

Sugiriéndole que cambie de estrategia.

Dándole indicios de cómo resolverlo.

No le dice nada

……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………

Al finalizar el tema sobre relaciones métricas en triángulos rectángulos, cree Ud. que es necesario hacer algo más o considera que ello es suficiente. Podría explicar.

Un comentario del tema. Indicador 5.1

No realiza nada.

Un organizador visual.

Una comparación con otros temas.

……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………..

Cree Ud. que es necesario que los estudiantes sepan que deben lograr en la sesión de aprendizaje que se va a desarrollar o la considera innecesario? Indicador 1.1

………………………………………………………………………………..……………………
………………………………………………………………………………...…………………
………………………………………………………………………………...…………………
……………………………………………………………………………………………………

En el desarrollo de relaciones métricas en triángulos rectángulos utiliza algún recurso tecnológico como ayuda para que los estudiantes comprendan mejor. Podría explicar cómo lo usa?. Indicador 2.2

……………………………………………………………………….……………………………
……………………………………………………………………….……………………………
……………………………………………………………………….……………………………
…………………………………………………………………………………….………..

ANEXO 5. **LISTA DE COTEJO**

La siguiente ficha tiene por finalidad REGISTRAR INFORMACIÓN sobre los procesos y acciones que realiza el docente del área de matemática de la Institución Educativa José Domingo Zuzunaga Obando, que guardan relación con el tema de investigación.
A la derecha de cada proposición se encuentra una la valoración SI o NO de verificación y la correspondiente columna de observación.

Marca con una X sobre SI o NO según corresponda y realice la correspondiente observación si es que se aproxima al indicador señalado.

N°	INDICADOR	SI	NO	Observaciones
1	Recupera los saberes previos de los estudiantes			
2	Explicación sobre qué deben de lograr en la sesión.			
3	Formula preguntas relacionados con el nuevo tema.			
4	Realizan ordenaciones con el material proporcionado			
5	Toma en cuenta cómo razonan los estudiantes			
6	Da importancia a la formación de conceptos			
7	Utiliza material concreto elaborado			
8	Utiliza medios físicos para desarrollar la actividad			
9	Utiliza medios tecnológicos para desarrollar la actividad			
10	Permite que los estudiantes manipulen con libertad el material proporcionado			
11	Hay una estructura lógica en la situación que propone			
12	Emplean el lenguaje geométrico propio de esta fase.			
13	Resuelven situaciones geométricas en grupo.			
14	Resuelven situaciones geométricas y comparan resultados.			
15	El estudiante logra diferencia unas propiedades de otras			
16	Permite el intercambio de experiencias entre estudiantes			
17	Resuelve problemas			
18	Participa activamente el estudiante y solicita ayuda			
19	Ayuda a los estudiantes dándole pequeñas ayudas			
20	Le proporciona la solución resolviendo el problema			
21	Consolidan los conocimientos comparándolos con otros temas			
22	Practica la meta cognición			
23	Elabora un organizador visual			

Teniendo los resultados de cada una de las fases del modelo de Van Hiele, realizamos un nuevo cuadro que muestre y compare las conclusiones parciales nuestra triangulación con cada uno de nuestros indicadores, para lograr la conclusión de la fase.

ANEXO 6. RESUMEN DE LA TRIANGULACIÓN DE INSTRUMENTOS DEL DOCENTE

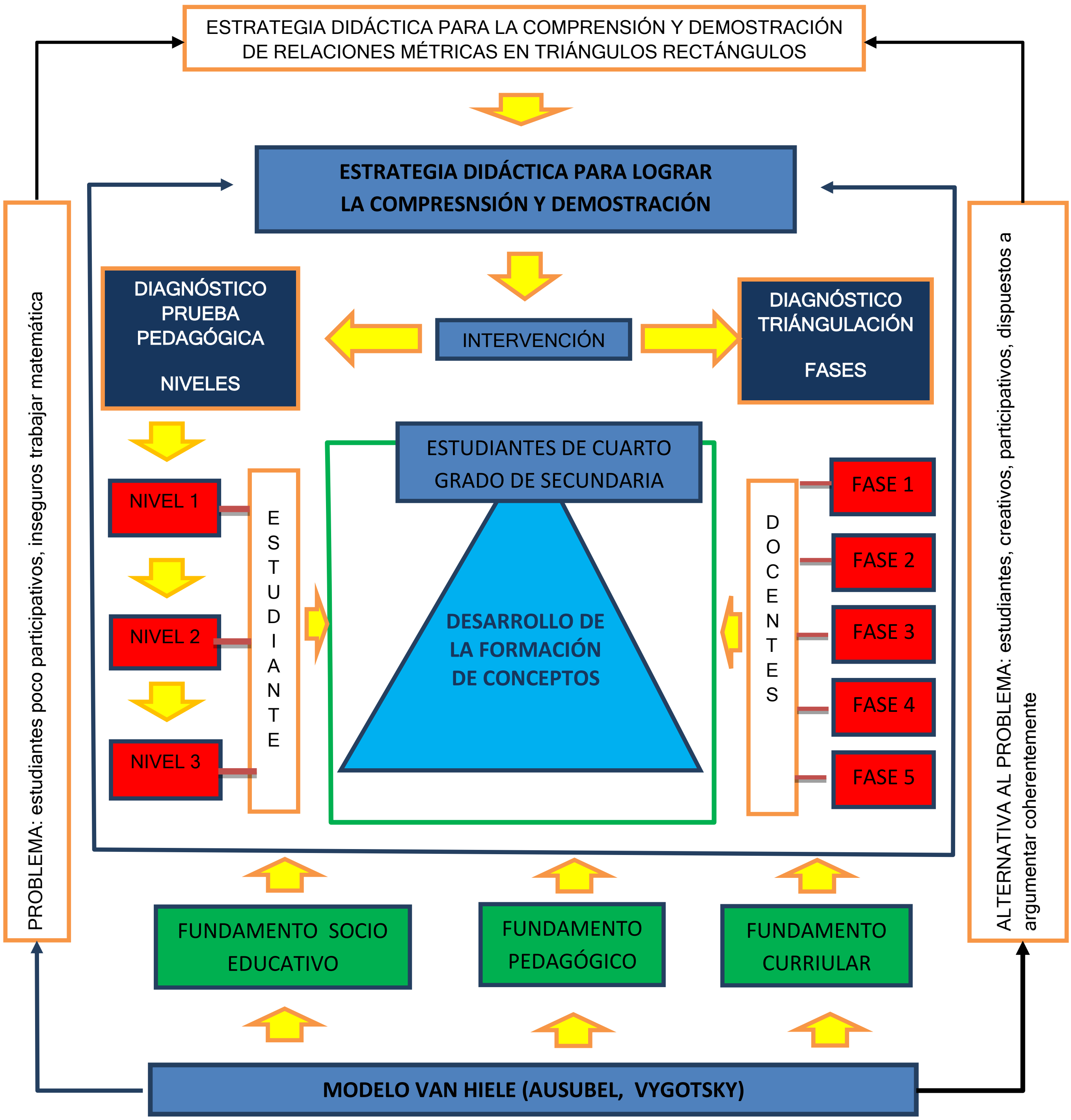
FASES	INDICADORES	CONCLUSIÓN TRIANGULACIÓN	CONCLUSIÓN DE FASES
1. INFORMACION Se averigua los saberes previos de los estudiantes y la forma de razonar para poder entrar en contacto con los objetivos, trabaja fundamental los conceptos	1.1. Realizan explicación sobre qué deben de lograr en esa sesión	Consideran en el cuestionario y lista cotejos que debe lograr en una sesión de aprendizaje pero no se evidencia en el cuaderno. Además René considera que también debe saber cómo van a evaluar.	FASE 1: DE INFORMACIÓN Consideran que es necesario que el estudiante conozca lo que debe lograr y cómo debe ser evaluado, el rescate de los saberes previos y de alguna manera averigua cómo razonan, aborda temas vinculantes y afianza mecánicamente las propiedades de las relaciones métricas en triángulos rectángulos. No trabaja la formación de conceptos geométricos.
	Responden a preguntas relacionadas al nuevo tema	Se consideran los saberes previos, aborda el tema con preguntas dirigidas a los estudiantes más sobresalientes y avanza al ritmo de ellos,	
	1.3. Realizan ordenaciones con el material proporcionado	Más se preocupan por afianzar mecánicamente las propiedades de las relaciones métricas en triángulos rectángulos. No trabajan la formación de conceptos.	
2. ORIETACIÓN DIRIGIDA Exploran el campo resolviendo actividades y problemas basados en el material que ha sido proporcionado, se desarrolla	2.1. Utiliza material concreto	En el desarrollo de las sesiones de aprendizaje, no utilizan material concreto. Se percibe que la sesión tiene una estructura lógica	FASE 2: ORIENTACIÓN DIRIGIDA La sesión de aprendizaje muestra una estructura lógica, pero no utiliza material concreto y algún recurso tecnológico a pesar de estar instalado en el salón (cpu, monitor proyector), se limitan a usar las herramientas convencionales (pizarra,
	2.2. Utiliza medios físicos y	No se percibe el uso de algún recurso tecnológico	

preferentemente conceptos y propiedades, el profesor planifica las situaciones que propone	tecnológicos	para el desarrollo de la sesión de aprendizaje. Sólo utilizan pizarra, plumones y motta	plumones, mota). Por tanto los estudiantes no exploran el campo resolviendo actividades que favorezcan la formación de conceptos.
3. EXPLICITACIÓN Los estudiantes son conscientes de las características y propiedades aprendidas y las consolidan con el vocabulario propio de del nivel, se fomenta el intercambio de experiencias, comentan, comentan en el grupo lo que han descubierto del nivel, se fomenta el intercambio de experiencias, comentan en el grupo lo que han descubierto y diálogos con el docente.	3.1. Emplean el lenguaje geométrico propio de esta fase.	De alguna manera el lenguaje geométrico utilizado por los docentes resulta insuficiente, debido a que resuelven situaciones aplicando fórmulas, primando el cálculo numérico.	FASE 3: EXPLICITACIÓN El lenguaje geométrico utilizado por los docentes de la forma como la aplican resulta insuficiente, porque los estudiantes solo aplican en la solución de ejercicios numéricos, trabajan en pares y muestran inseguridad, al margen que no se revisa los ejercicios propuestos, no pide ayuda. Por tanto, no desarrollan el lenguaje geométrico, no hay intercambio de experiencias significativas y no hay diálogos con el docente.
	3.2. Resuelven situaciones geométricas en grupo.	En un buen porcentaje de estudiantes trabaja con su par, pero muestra inseguridad, no pide ayuda.	
	3.3. Resuelven situaciones geométricas, comparan resultados y socializan.	Los estudiantes trabajan en pares la resolución de ejercicios y problemas propuestos, pero no se revisan para corregir errores, por tanto no socializan Los docentes coinciden que deben explicar la forma como han trabajado.	
4. ORIENTACIÓN LIBRE Las actividades deben permitir resolver situaciones con los conocimientos que adquirieron previamente para que pueda explorar diversas posibilidades, en esta fase el docente da indicios y fomenta la discusión.	4.1. Resuelven problemas geométricos.	Los estudiantes tratan de resolver problemas y recurren a sus compañeros y algunos recurren al docente. René permite que le argumenten y si es correcta su fundamentación sugiere que compartan con sus pares. No se ha visto que discutan sobre la resolución de ejercicios.	FASE 4; ORIENTACIÓN LIBRE Algunos estudiantes recurren al docente para resolver problemas geométricos, se les permite que argumenten su planteamiento y solución, luego les dice cómo deben resolverlo. Pero no se corrigen errores ante el grupo. La mayoría se muestra pasivos, y no se ve discusión entre ellos sobre el tema,
	4.2. Participa activamente el	En el cuestionario y lista cotejos se afirma que	

	estudiante y solicita ayuda	corrigen errores pero en el cuaderno no se observa ello. La mayoría de estudiantes se muestran pasivos. Les ayudan a resolver ejercicios.	
5. INTEGRACIÓN Deben adquirir una visión general de los contenidos y métodos que tienen a su disposición , debiendo el docente fomentar el trabajo proporcionando comprensiones globales mediante la acumulación comparación, combinación de conocimientos que ya tiene ayudándoles a organizar los que ya tiene.	5.1. Consolidan los conocimientos comparándolos con los anteriormente tratados.	Los estudiantes no consolidan los conocimientos adquiridos, los docentes se preocupan más de formar un estudiante que sea capaz de crear nuevos ejercicios. **Por ello una vez terminado el tema el docente debe ayudar a consolidarlo, con los conocimientos que ya ha aprendido y fortalezca su esquema mental con ayuda de algún organizador visual.**	FASE 5: INTEGRACIÓN Los estudiantes no consolidan los conocimientos adquiridos, los docentes se preocupan más de formar un estudiante que sea capaz de crear nuevos ejercicios, que comprendan los contenidos geométricos, que realicen comparaciones, que los combinen con los que ya posee, para que puedan **fortalecer su esquema mental con ayuda de algún organizador visual.**

ANEXO 7. PROPUESTAS DIDÁCTICA

ESQUEMA GRÁFICO TEÓRICO FUNCIONAL



ANEXO 8. DISEÑO DE LA MATRIZ DEL PROCESO DE MODELADO

<table>
<tr>
<td rowspan="3">La Comprensión es Estable pero no lineal, es un fenómeno recursivo, y la recursión parece ocurrir cuando el pensamiento cambia los nivele s de sofisticación. De hecho, cada nivel de comprensión se encuentra sostenido dentro de los niveles subsiguientes. Cualquier nivel particular depende</td>
<td rowspan="2">NIVEL</td>
<td colspan="4">DIAGNÓSTICO</td>
<td rowspan="2">FASES</td>
</tr>
<tr>
<td>Indicadores
Prueba Pedagógica</td>
<td>Diagnóstico Prueba Pedagógica</td>
<td>Diagnóstico Triangulación</td>
<td>Indicadores Fases</td>
</tr>
<tr>
<td>1. RECONOCIMIENTO</td>
<td>1. Perciben las figuras geométricas en su totalidad, de manera global, como unidades.
2. Los estudiantes se limitan a describir el aspecto físico de las figuras.</td>
<td>No describen el aspecto físico de las figuras

Hay capacidad de discernimiento de las clases de triángulos

Los estudiante manejan algunas relaciones de proporcionalidad pero no las concluyen</td>
<td>1. saberes previos,
1.1.2. conocer lo que logrará
1.1.3. cómo se le evaluará
1.1.4. mostrar objetivo
1.docente da reglas,
1.2.2. trabaja con algunos estudiante
1.2.3. docente se auto responde
1. No usa material concreto
1.3.2. da las fórmulas
1.3.3. Explica trabajo con formulas</td>
<td>1. Realiza explicación sobre que debe lograr en la sesión.
2. Responden a preguntas relacionadas al nuevo tema.
3. Realizan ordenaciones con el material proporcionado</td>
<td>INFORMACIÓN</td>
</tr>
</table>

de las formas y los procesos del mismo y, además, se encuentra restringido por los que están fuera de él 1989	ANÁLISIS	3. Describen y enuncian las propiedades de triángulos, utilizando vocabulario apropiado. 4. Enumeran gran cantidad de propiedades para definir una figura. 5. Reconocen las propiedades Matemáticas mediante la observación de las figuras y sus elementos	2.1. manejan algunas relaciones de proporcionalidad 2.2. Conoce algo del corolario de triángulos rectángulos 2.3. ligera idea de triángulos inscritos en una semicircunferencia	2.1.1. no utilizan material concreto 2.1.2, sesiones con estructura lógica 2.1.3. sesión expositiva 2.1.4. se les presenta propiedades 2.1.5. aplicación de fórmulas 2.2.1. no usan recursos tecnológicos 2.2.2. sesión expositiva 2.2.3. utilizan formulas	4. Utiliza material concreto. 5. Utiliza medios físicos y tecnológicos	ORIENTACIÓN DIRIGIDA

Demostración: sistema de razonamientos a través de la veracidad de la proposición que se demuestre se deduce de axiomas y de verdades antes demostradas Fetísov, A (1980)	CLASIFICACIÓN	6. Reconocen que unas propiedades se deducen de otras. 7. Utilizan las representaciones físicas de las figuras más como una forma de verificar sus deducciones que como un medio para realizarlas. 8. Argumentan sus demostraciones, hacen referencias explícitas a las definiciones.	escaso conocimiento sobre puntos medios trazados en el triángulo poco conocimiento sobre intersección de rectas, puntos medio y semejanza de triángulos 3.2.1. conocimiento regular sobre proporciones, razones o escalas 3.2.2. no identifica ángulos en triángulos rectángulos 3.3. no puede relacionar con una propiedad o teorema estudiado	3.1.1. lenguaje geométrico deficiente, 3.1.2. aplica fórmulas de acuerdo con las propiedades geométricas 3.1.3. confunde términos geométricos 3.2.1. estudiante inseguro 3.2.2. trabaja en pares o en grupo. 3.2.3. no solicita ayuda. 3.2.4. trabaja en forma individual 3.3.1. estudiantes no socializan 3.3.2. al azar un estudiante expone, explica cómo ha trabajado 3.3.3. trabaja en pares 3.3.4. todo lo hace el. docente 3.3.5. no se revisan ejercicios	6. Emplea el lenguaje geométrico propio de esta fase. 7. Resuelve situaciones geométricas en grupos. 8. Resuelve situaciones geométricas compara resultados y socializa	EXPLICITACIÓN

	DEDUCCIÓN FORMAL	9. Realizan razonamientos lógicos formales 10. Comprenden las interacciones entre las condiciones necesarias y las suficientes.	4.1. escaso conocimiento sobre proyecciones relativas sobre la hipotenusa 4.2.1. ligero conocimiento sobre prolongaciones, 4.2.2. escaso manejo de lenguaje geométrico	4.1.1. recurre a veces al docente. 4.1.2. no discute sobre el tema 4.1.3. permite usar otros métodos 4.1.4. resuelve con el compañero 4.1.5. hay una forma de solución 4.2.1. estudiantes pasivos, 4.2.2. docente le resuelve ejercicios 4.2.3. corrigen sus equivocaciones 4.2.4. estudiantes pasivos 4.2.5. cuaderno sin correcciones	9. Resuelven problemas geométricos. 10. Participa activamente y solicita ayuda	ORIENTACIÓN LIBRE
	RIGOR	11. Consolidan los conocimientos comparándolos con los anteriormente tratados		5.1.1. conocimiento sin consolidar 5.1.2. Desarrollen un nivel alto de abstracción y sean creativos 5.1.3. Solo terminan el tema 5.1.4. no hay organizadores visuales 5.1.5 Relaciona el tema con el tema que sigue o alguna rama del saber	11. Consolidan los conocimientos comparándolos con los anteriormente tratados	5. INTEGRACIÓN

ANEXO 9. MATRIZ ACTIVIDADES E INDICADORES DE DIAGNÓSTICO PROPUESTA DIDÁCTICA

Contenido	Nivel	Fases	Actividad N°	Indicador del diagnóstico
Proporciones y segmentos	1	Información	Actividad 01	Usan algunas relaciones de proporcionalidad
		Orientación Dirigida	Actividad 02	
		Explicitación	Actividad 03	
		Orientación Libre	Actividad 04	
		Integración	Actividad 05	
	2	Información	Actividad 06	Conocimiento regular sobre Proporciones, razones o escalas
		Orientación Dirigida	Actividad 07, 08, 09 y 10	
		Explicitación	Actividad 11	
		Orientación Libre	Actividad 12	
		Integración	Actividad 13	
	3	Información	Actividad 14	Usan relaciones de proporcionalidad
		Orientación Dirigida	Actividad 15	
		Explicitación	Actividad 16	
		Orientación Libre	Actividad 17	
		Integración	Actividad 18	
Ángulos, Rectas paralelas y perpendiculares	1	Información	Actividad 19	Escaso conocimiento sobre inter Sección de rectas, punto medio Semejanza de triángulos
		Orientación Dirigida	Actividad 20	
		Explicitación	Actividad 21	
		Orientación Libre	Actividad 22	
		Integración	Actividad 23	
	2	Información	Actividad 24	Escaso conocimientos sobre perpendicularidad y prolongaciones
		Orientación Dirigida	Actividad 25	
		Explicitación	Actividad 26	
		Orientación Libre	Actividad 27	
		Integración	Actividad 28	
	3	Información	Actividad 29	No relaciona propiedades del teorema de Thales
		Orientación Dirigida	Actividad 30	
		Explicitación	Actividad 31	
		Orientación Libre	Actividad 32	
		Integración	Actividad 33	
Semejanzas y triángulos rectángulos	1	Información	Actividad 34 y 35	Escaso conocimiento sobre punto medios, semejanza de triángulos y proyecciones
		Orientación Dirigida	Actividad 36 y 37	
		Explicitación	Actividad 38	
		Orientación Libre	Actividad 39	
		Integración	Actividad 40	
	2	Información	Actividad 41	Escaso conocimiento sobre semejanza de triángulos (teorema de Thales)
		Orientación Dirigida	Actividad 42	
		Explicitación	Actividad 43	
		Orientación Libre	Actividad 44	
		Integración	Actividad 45	
	3	Información	Actividad 46	Escaso conocimiento de triángulos inscritos en una semi circunferencia
		Orientación Dirigida	Actividad 47	
		Explicitación	Actividad 48	
		Orientación Libre	Actividad 49	
		Integración	Actividad 50	

ANEXO 10. OBJETIVOS DE LAS ACTIVIDADES PROPUESTAS

Contenido	Activ	Objetivo de diagnóstico	Objetivo específico por actividad
Proporciones y segmentos	1	Visualizar algunas relaciones de proporcionalidad con mediciones	Realizar mediciones de las longitudes de las figuras y describe similitudes
	2		Ordena y comparar mediciones de las figuras de mayor a menor y viceversa
	3		Dialogar con tu compañero sobre operaciones fundamentales a aplicar
	4		Realizar operaciones en el geoplano sobre longitudes de segmentos
	5		Graficar y colorear en una tabla en forma vertical las medidas de una figura y comparar
	6	Reconocer relaciones de proporcionalidad con segmentos	Visualizar gráficos y describir similitudes
	7		Reconocer segmentos y rectas
	8		Comparar mediciones reales y digitales
	9		Reconocer y comparar distancias en mapas
	10		Reconocer y comparar distancias en planos
	11		Dialogar con tu compañero sobre las comparaciones de mediciones de estaturas y distancias
	12		construir y comparar segmentos en el geoplano en diferentes posiciones
	13		Reconocer y Establecer las relaciones de proporcionalidad con segmentos
	14	Inferir relaciones de proporcionalidad con segmentos	Identificar segmentos en construcciones propuestas
	15		Comparar segmentos en la recta numérica
	16		Dialogar con tu compañero sobre comparación de segmentos.
	17		Justificar relaciones de proporcionalidad con segmentos en la recta numérica
	18		Socializar en grupo las relaciones de múltiplos y submúltiplos con segmentos
	19	Visualizar ángulos y lados entre paralelas y una secante	Construir y medir triángulos en el geoplano
	20		Construir, medir y colorear ángulos congruentes y lados proporcionales
	21		Dialogar con tu compañero sobre ángulos congruentes entre rectas paralelas y sus lados.
	22		Construir en el geoplano o en tu cuaderno otras rectas paralelas
	23		Construir rectas paralelas cortadas por una secante, colorear y nombrarlos
	24	Reconocer rectas	Visualizar ángulos y lados en el aula

	25	perpendiculares y prolongaciones	Construir ángulos en el plano con regla y compás
	26		Dialogar con tu compañero sobre rectas paralelas y perpendiculares
	27		Reconocer alturas en triángulos
			Reconocer comportamientos de segmentos en construcciones dinámicas
	28		Socializar los trazos de alturas y segmentos yen construcciones dinámicas
	29	Inferir las propiedades del teorema de Thales	Identificar el comportamiento de segmentos
	30		Relacionar segmentos y rectas en construcciones dinámicas
	31		Dialogar con tu compañero sobre regularidades entre rectas paralelas y perpendiculares
	32		Justifica la proporcionalidad de segmentos
	33		Socializa sobre proporcionalidad de segmentos
Semejanzas y triángulos rectángulos	34	Visualizar puntos medios, semejanzas y proyecciones en triángulos	Construir figuras geométricas ampliando o reduciendo las medidas de sus lados
	35		Visualiza arcos , escaleras y proyecciones
	36		Construir , medir y pintar ángulos y lados en triángulos
	37		Construir, pintar y girar triángulos rectángulos
	38		Dialogar con tu compañero sobre regularidades de los lados en triángulos rectángulos.
	39		Sobreponer triángulos rectángulos en el geoplano
	40		Socializar proporciones, puntos medios y proyecciones
	41	Reconocer la semejanza de triángulos y el teorema de Thales	Trazar rectas paralelas en triángulos
	42		Reconocer y comparar razones de proporcionalidad en construcciones dinámicas
	43		Dialogar con tu compañero sobre triángulos semejantes.
	44		Justifica ángulos y segmentos de triángulos semejantes en construcciones dinámicas
	45		Socializa el comportamiento de ángulos y segmentos en construcciones dinámicas
	46	Inferir las propiedades de triángulos rectángulos inscritos en una semicircunferencia	Identificar ángulos en construcciones dinámicas
	47		Diferenciar segmentos en construcciones dinámicas
			Resolver y justificar relaciones de proporcionalidad
			Comparar lados y ángulos en triángulos rectángulos inscritos en la semicircunferencia
	48		Dialogar con tu compañero sobre triángulos rectángulos semejantes.
	49		Argumentar en construcciones propuestas

			proposiciones
	50		Socializar sobre triángulos rectángulos inscritos en semicircunferencias

ANEXO 11. PROPUESTA DIDÁCTICA: COMPRENSIÓN Y DEMOSTRACIÓN DE RELACIONES MÉTRICAS EN TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS BASADO EN EL MODELO VAN HIELE.

Actividad Proporciones y Segmentos.

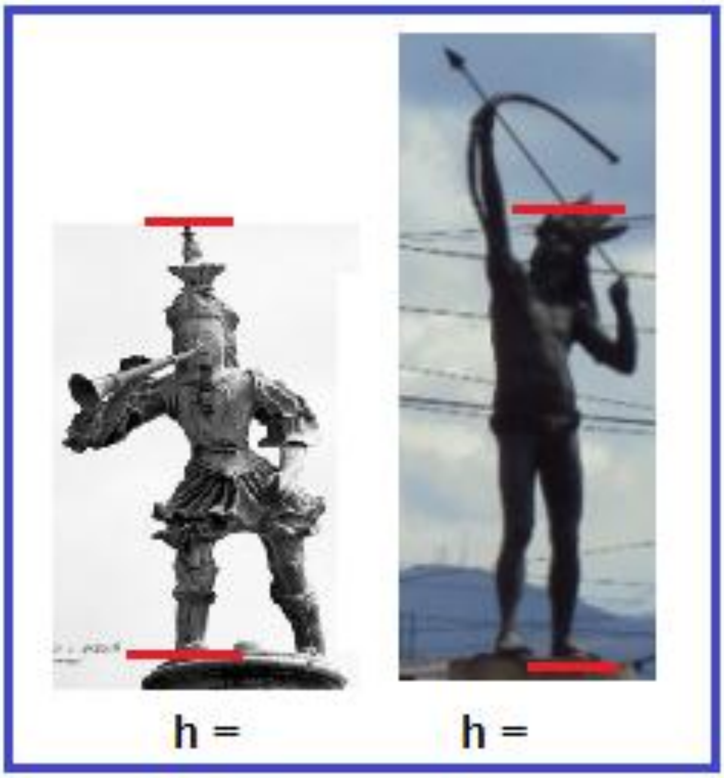
***N1 información*.**

Actividad 1 Mediciones.

Los estudiantes reciben un grupo de tarjetas, al pie de cada una escribe la medición realizada. Mide desde la parte interna de las líneas rojas.

h = h =

h = h =



Miden las figuras de las tarjetas proporcionadas y responde:

¿Qué representan las figuras?,
¿Cómo se relacionan entre ellas?
¿Describe las figuras?

N1 Orientación dirigida.

Actividad 2. Segmentos y mástiles.

Nota: los geoplanos son tableros con clavitos distribuidos uniformemente, que permiten construir figuras plana, nosotros las utilizaremos para ampliar, reducir, descomponer las figuras en varias partes para un mejor estudio del comportamiento de las figuras en el plano, existen varios tipos de geoplanos como los cuadrangulares (orto métrico) los triangulares (isométricos), los circulares.

Con las medidas de las figuras mostradas, ordena de menor a mayor

¿Las figuras se refieren a un mismo objeto o sujeto?, ¿Qué observas en los resultados obtenidos?. Realiza un comentario

Comenta las similitudes y diferencias entre las longitudes de las imágenes de las tarjetas proporcionadas,

Ahora tienes dos mástiles, en un determinado momento del día por efectos del sol, el mástil proyecta una sombra sobre el piso, formando un triángulo, como se muestra en la figura. Completa la otra figura, y sombrea

¿Dibuja cómo proyecta el mástil GH su sombra sobre el suelo?

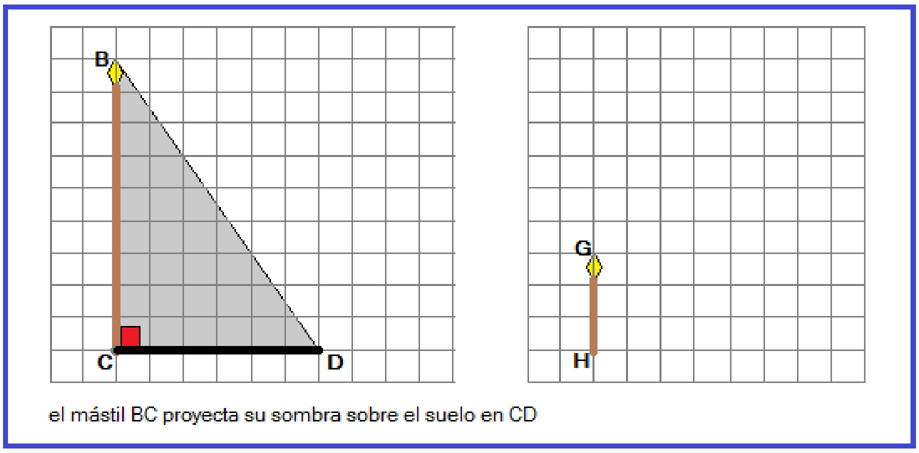


Figura 1. mástiles

En el geoplano une dos clavitos horizontal o verticalmente, a continuación construye otro igual que el primero y finalmente construye uno que contenga a estos tres clavitos

Une tres clavitos y seguidamente une cuatro clavitos, finalmente une estos 6 clavitos

Si la distancia entre dos clavitos sea horizontal o vertical es una unidad. ¿Cuántos clavitos debe contener la medida de tres unidades

Realiza otras construcciones en el geoplano y anota tus resultados.

N1 Explicitación.

Actividad 3.

¿Qué está ocurriendo con las dimensiones de las liguitas de color?

Comenta y dialoga con tu compañero.

Cómo puedes justificar tu afirmación
Se pueden realizar operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división?
¿Es posible? ¿Por qué?

N1 orientación libre.

Actividad 4.

Realiza construcciones en el geoplano uniendo dos o más clavitos en diferente posición. Dibuja en tu cuaderno.

Si tienes dos ligas de color que están unidas por un clavito y cada una de ellas tiene cuatro y cinco clavitos y se encuentran en diferente posición (posición vertical u horizontal), cómo podrías medir la separación entre los extremos de los clavitos de estas ligas. Crea otras situaciones.

Nivel 1 Integración.

Actividad 5. Ordena en forma ascendente o descendente.

En grupos de 6 estudiantes comparten sus experiencias de las cuatro actividades.
Realiza un mapa conceptual sobre mediciones, y segmentos
En tu cuaderno, en forma vertical, en un cuadradito escribe la menor medida de la talla de las enfermeras, luego en el siguiente renglón, a la misma altura del anterior ubica lo mismo y en el siguiente cuadradito añade lo que falta para que sea igual a la talla de la medida intermedia, realiza lo mismo con la tercera talla en el siguiente renglón.
Realiza lo mismo con las medidas de los mástiles.

N2 Información.

Actividad 6 Observando segmentos.

Figura 2. La ventana

figura 3. Cables de luz

figura 4. Plano de mi ciudad

¿Qué observas en cada uno de estos gráficos?. ¿Qué similitudes observas?. Describe en tu cuaderno.

N2. Orientación dirigida.

Actividad 7.

Pega cinta masking type sobre el borde de la pizarra, luego corta una porción y se pega en otro lugar de la pizarra
¿Qué pasó con la cinta masking type?

Dibuja en tu cuaderno.
¿Qué puedes decir de: los cables de los postes de luz, las calles del plano, las ventanas de su salón?. Estos elementos se observarán en las gradas.

Describe tus observaciones.
Escribe las mediciones que hiciste con las estaturas de la enfermera, el minero, etc. en forma de fracción.
¿Qué sucede con los elementos de la fracción?.

Actividad 8. Midiendo estaturas.

Tómate una foto con tu amigo(a), luego con ayuda de una cinta métrica mide tu estatura. Mide tu estatura en la foto, de manera similar escribe la estatura de tu compañero(a), anota en tu cuaderno, realiza un comentario entre estas dos situaciones

figura 5. Nuestra foto

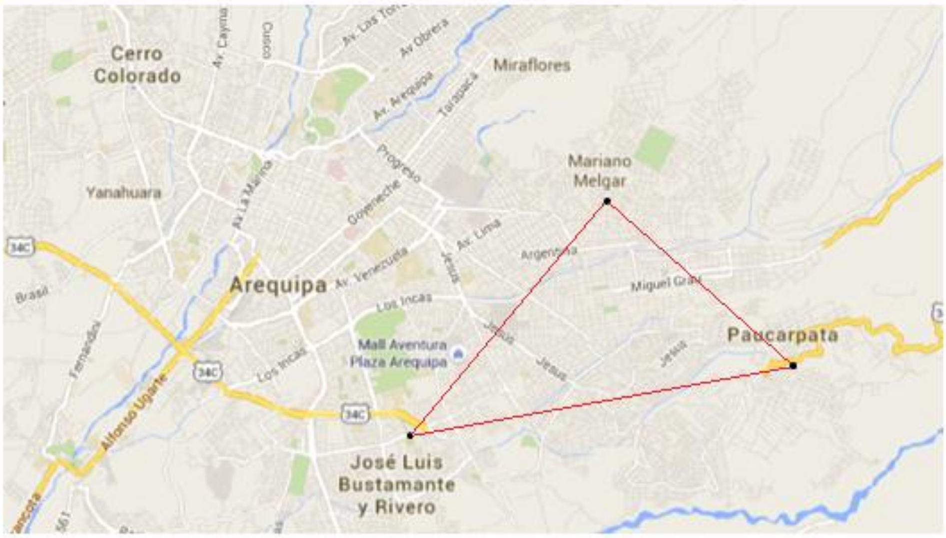
Intercambia de compañero. ¿Qué ocurre con las mediciones que has realizado?

Menciona y compara con tus compañeros cómo realizaste la medida de tu estatura. Anota las observaciones y realiza un comentario.

Describe en tu cuaderno las incidencias observadas y encuentra las regularidades.

Actividad 9. El Mapa de la ciudad.

Se entrega una copia del mapa de la ciudad que está a escala 1/1500, (medido en metros), si la distancia (medida con una regla) de Mariano Melgar a Paucarpata en el mapa es de 3 cm. Encuentra las distancias de Paucarpata a J. L. Bustamante y de José Luis Bustamante a Mariano Melgar. Comenta y crea otras situaciones en el mapa.



D(M;P) = D(M;J) = D(J;P) =

Figura 6. El mapa de mi ciudad

Anota tus respuestas.

Ahora, en el cuadro siguiente escribe cinco proporciones, y a partir de ellas, encuentra otras expresiones que sean proporcionales a ella

— — — —

— — — —

— — — —

$\underbrace{recuerdas\ como\ se\ llaman\ estas\ fracciones}$

Escribe sobre la línea que se encuentra a su derecha.

En la pizarra escribe relaciones de proporcionalidad sobre mediciones de estaturas de la foto y la estatura real de uno de ellos, para encontrar la estatura real del otro compañero? (en dm), por ejemplo:

a) $\frac{15}{18} = \frac{0,5}{x}$

Actividad 10 El plano de mi casa.

Tienes el plano de tu casa, cuyas dimensiones son 10 metros de largo por 10 metros de ancho, ahora mide con una regla (en centímetros) las dos dimensiones del plano, Luego, encuentra las dimensiones del dormitorio 2.

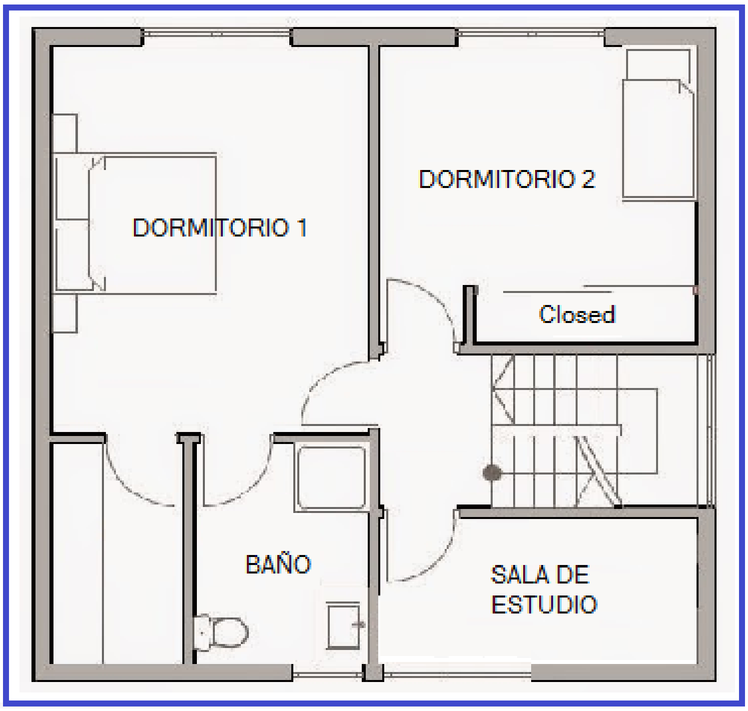


Figura 8. Plano de mi casa

Divide el largo del plano con la medida real de la casa, y escribe como una fracción.

Mide el largo y ancho del dormitorio 2. y encuentra sus dimensiones reales.

¿Qué harías si conoces las dimensiones del plano y deseas encontrar las dimensiones reales de tu casa?. Anota en tu cuaderno tu apreciación.

N2 Explicitación.

Actividad 11.

Responde las siguientes preguntas.
¿Cómo encontraste la estatura de tu compañero?, ¿Qué operaciones fundamentales realizaste con las ligas?, ¿Cómo hallaste la distancia entre Paucarpata y José Luis

Bustamante. Dialoga con tus compañeros. En tu conversación utiliza el nuevo lenguaje adquirido.

N2 Orientación libre.

Actividad 12.

Construye segmentos de diferentes tamaños y posición y realice operaciones fundamentales.

Reto a tu ingenio

¿Si tienes dos segmentos, cuál debe ser su posición para que tengan la máxima longitud?, ¿y para que tengan la mínima longitud?.
¿Dos segmentos podrán tener una distancia igual a cero? ¿Es posible?, ¿Por qué?
Construye dos segmentos cuya distancia sea cero. ¿Es posible?. ¿Por qué?

N2. Integración.

Actividad 13.

¿Las razones pueden ser mayores que la unidad?, ¿Las razones pueden ser menores que la unidad?.

Cuando formaste proporciones qué propiedad fundamental utilizaste

Indica los elementos de las proporciones

Nivel 3. información

Actividad 14 Identificando segmentos

El docente muestra construcciones a los estudiantes sobre segmentos con la intención que visualice el comportamiento de los segmentos y realice conjeturas, sabiendo que los puntos son equidistantes

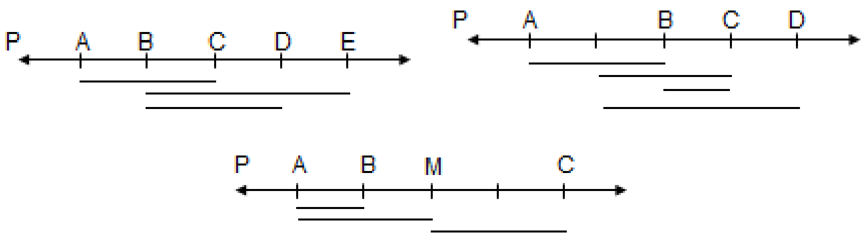


figura 9. segmentos

Indica en qué figura se cumple que:.

¿El segmento AB es el doble del segmento AM?

El segmento AM = MC

Los segmentos AC/BE=2/3

BC es la mitad de AB

N3 Orientación dirigida.

Actividad 15.

Ejercicio 1, Los puntos P, Q, R y S se encuentran sobre una línea recta, tal que R es punto medio del segmento PS, además RS – PQ =20cm. Calcular QR

¿Existe el valor de QR?

Ejercicio 2, Se tiene los puntos consecutivos A, B y C, si BC = 2AB, 2CD= AB, hallar AC

Responde las siguientes preguntas

¿AB mide la mitad de BC?

¿AB es el doble de CD

¿AB es igual a CD?

El valor de AC es….

N3 Explicitación.

Actividad 16.

Dialoga con tus compañeros sobre las actividades realizadas, respeta las ideas de los demás**.**

Por qué el segmento AB es el doble de BC
Por qué CD es la tercera parte de AC
Porqué BD es igual que AC

N3 Orientación libre

Actividad 17.

Ejercicio 3. Resuelve las siguientes situaciones:
Sobre una recta se toman los puntos consecutivos M, N, P y Q de modo que PQ/MP=5/3, y 3NQ-5MN=96. Calcular NP
Grafica la recta
Ubica los datos y justifica
Explica como encontraste el valor de NP

Ejercicio 4. Sobre una recta se toman los puntos consecutivos P, Q, R, S y T, tal que PS = RT, PQ=2QR y ST+QR=16. Calcular PQ
Ubica sobre la recta los cinco puntos
Cada dato que coloques, justifica
Explica cómo encontraste el valor de PQ
En la proporción $\frac{r}{s} = \frac{p}{q}$, las variables s y p son los (las) …………………… de la proporción y r y q son los (las) …………………………. de la proporción.

Ejercicio 5. Asume que los puntos M y N están situados sobre LP. ¿Cuál es la longitud de LN, si: $\frac{LM}{MP} = \frac{2}{3}; \quad \frac{NP}{LN} = \frac{1}{9}; MP = 24$
Ubica sobre la recta los cuatro puntos
Cada dato que coloques, justifica
Explica cómo encontraste el valor de LN

N3 Integración.

Actividad 18.

El valor de los segmentos puede ser negativo?

Qué significa para ti el doble, el triple de un segmento?

Qué significa para ti la mitad, la cuarta parte, la sexta parte e un segmento?

Qué operaciones podemos realizar con segmentos?

¿Cuándo dos segmentos son proporcionales?

¿Cuándo dos segmentos no son proporcionales?

Actividad 2 Ángulos, Rectas paralelas y perpendiculares.

Nivel 1 información.

Actividad 19. El geoplano y los triángulos

En el geoplano construye el triángulo y luego en un espacio libre construye el triángulo pequeño con vértice C y vértice F. Realiza mediciones de sus lados y ángulos. Dibuja en tu cuaderno y anota tus mediciones.

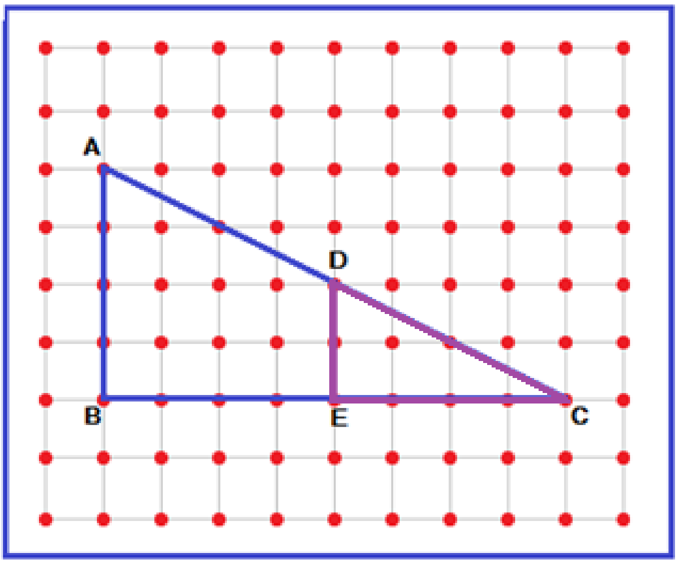


Figura 10. Triángulo recto

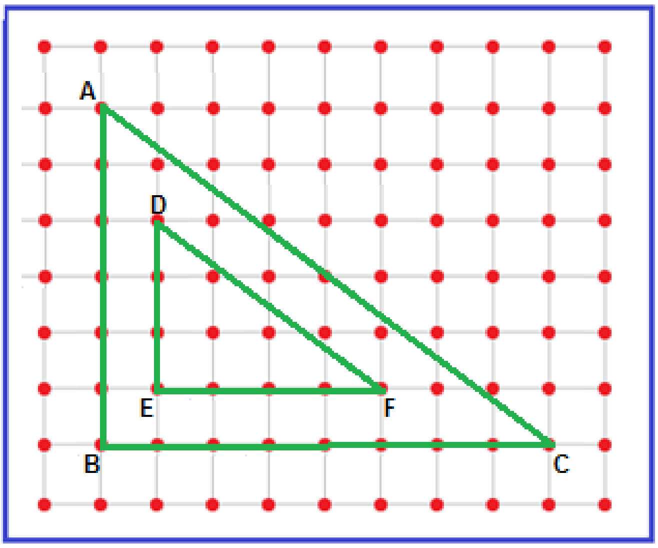


figura 11. Escuadra

(no tomar las ligas de la figura 10del triángulo ABC) Qué observas?.

Toma la escuadra y realiza algo similar en el geoplano figura 11, extrae el triángulo pequeño, ubícalo en un espacio libre y realiza mediciones.. En tu cuaderno realiza un gráfico, anota tus resultados.

***N1 Orientación dirigida*.**

Actividad 20. Rectas y secantes

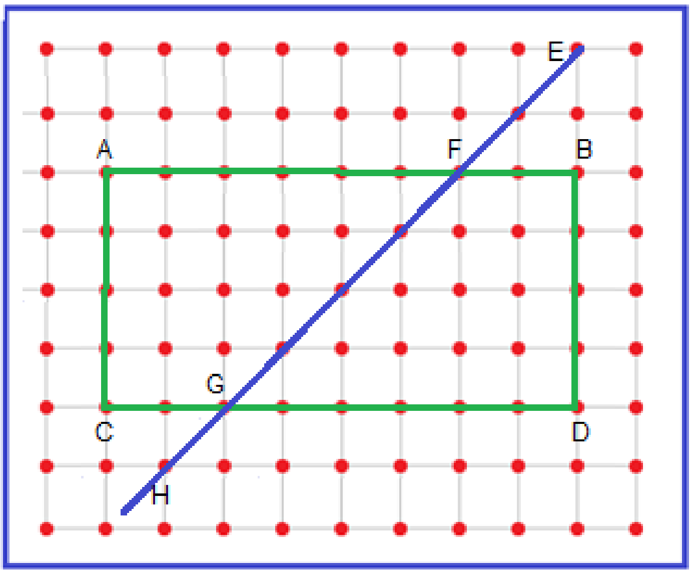


Figura 12. Paralelas y una secante

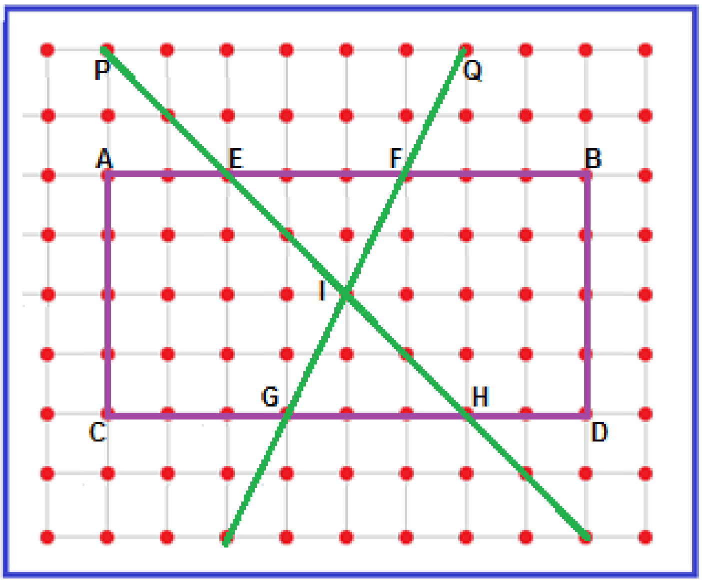


figura 13. Rectas secantes

Construye un rectángulo y traza una cuerda como el de la figura 12. Mide los ángulos y lados, dibuja y anota en tu cuaderno.

Construye en el geoplano figura 13, esta misma situación pero con dos rectas que se cruzan al interior de las rectas AB y CD, realiza mediciones de lados y ángulos. Anota en un gráfico parecido tus mediciones

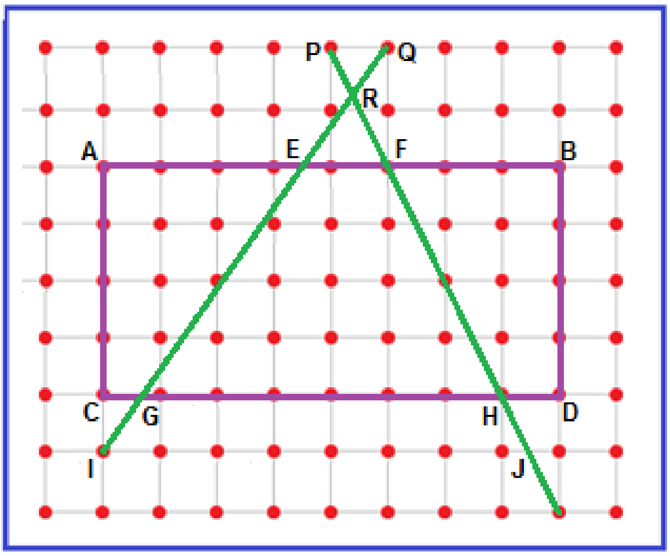


figura 14. Rectas secantes exteriores

Construye un rectángulo y traza dos cuerdas que se cortan en el exterior de las

rectas paralelas AB y CD. Mide los ángulos y anota en tu cuaderno.
Realiza lo que se te indica:
Pinta del mismo color los ángulos iguales.
Escriben ángulos y lados con su respectiva simbología.
Compara segmentos de una misma figura en el geoplano y anota.
Escribe como fracciones las medidas de los segmentos

Toma varias medidas del ancho de la pizarra y lo mismo del largo de la pizarra, en su dibujo anota tus mediciones.

Traza una recta horizontal y sobre un punto de la recta miden con el transportador un ángulo de 90°.

Traza rectas en diferentes posiciones y forma un ángulo de 90°

N1 Explicitación.

Actividad 21.

En grupo, discute sobre las medidas encontradas,
¿Cuándo las razones son iguales?
Los triángulos están ampliados y reducidos en la figura 13 y 14?
Cómo son sus ángulos?, cómo son sus lados? y las medidas de sus ángulos
Si cuentas los clavitos que separan AB de CD de tu geoplano en la figura 12, que observas? Qué puedes decir de AB y CD entonces.
En la figura 13 los dos triángulos formados entre AB y CD sus lados como son? y sus ángulos?.
Tienes las medidas de los ángulos ABD, BDC y ACD, ¿cuánto miden?, ¿Cómo se llaman?

N1 orientación libre.

Actividad 22.

En los gráficos propuestos, figuras 12, 13, 14 se construyeron rectas secantes, entre dos rectas paralelas, ahora crea otras situaciones con rectas paralelas en otra posición y realiza comparaciones.

N1 Integración.

Actividad 23.

Realiza dos gráficos: el primero sobre rectas paralelas cortadas por una secante y en él pinta los ángulos iguales y asigna sus nombres técnicos. Luego, dibujan dos triángulos y señalan la razón de proporcionalidad de sus lados y colorean del mismo color la congruencia de cada par de ángulos.

Nivel 2 información.

Actividad 24 Paralelas y perpendiculares.

Desde un punto determinado observa tu aula: los ángulos, lados, y dibujan en su cuaderno, de ser necesario, se dirige al lugar específico.

Figura 15. Mi aula

Piensa que los segmentos (intersección de dos planos ejemplo pared y techo) son parte de una recta. Observa tu salón

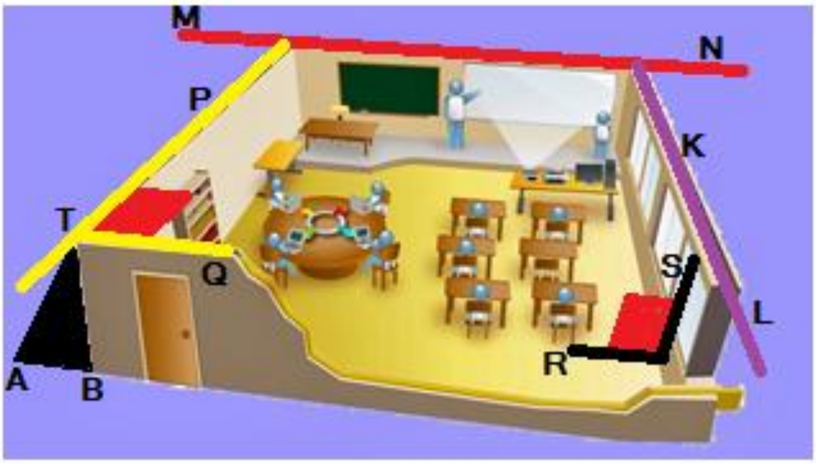


figura 16. Maqueta de mi aula

para efectos de estudio te presento una maqueta como la que se muestra en la figura 16, observa las intersecciones pared-piso, pared-pared, se notan segmentos o líneas (segmento como porción de recta) como las rojas, amarillas, moradas, hasta una sombra del aula por efectos del sol.

¿Los cuadradito rojos corresponden a ángulos? …..
Realmente parece que miden … no lo dudes acércate a ese sector y comprueba
Observaste detenidamente.

N2 Orientación Dirigida.

Actividad 25.

Ten a la mano regla y compás y realiza lo siguiente

En tu cuaderno traza una línea recta y coloca un punto fuera de la recta marcada.

Coloca un extremo del compás sobre el punto y con el otro extremo haz un trazo de modo que corte a la recta en dos puntos.

Con la misma abertura, coloca un extremo sobre un punto de intersección y con la misma abertura que el anterior; haz lo mismo con el otro punto, de modo que los dos trazos se crucen.

Ahora sobrepone tu escuadra sobre estos dos puntos encontrados y realiza un trazo.

Con ayuda de tu transportador mide el ángulo encontrado. ¿Cuánto mide el ángulo?.

Realiza un trazo diferente al anterior y realiza los mismos pasos. ¿Qué ocurre?.

En el gráfico mide los ángulos

Todo lo que realices, debes ir anotando y dibujando en tu cuaderno
En tu geoplano, traza una recta y a dos centímetros de ella traza una recta paralela
En tu geoplano, traza dos rectas que sean perpendiculares
Con dos ángulos rectos dibujados en papel transparencia, forman figuras (por ejemplo cuadriláteros)

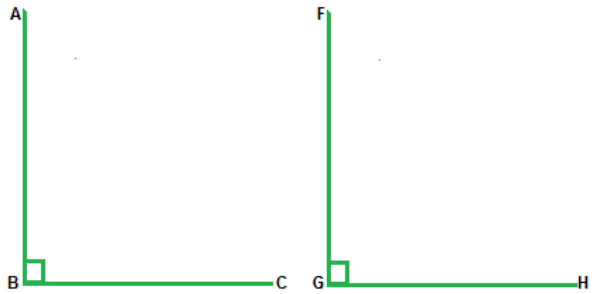


figura 17. Ángulos rectos

En los gráficos anteriores, encontraste ángulos iguales
ahora representa los ángulos por ejemplo m∠ABC = m∠FGH, ¿qué otros ángulos representan algo similar.
En los lados encuentra la razón entre dos segmentos, si son iguales escribe
AB/CD = FG/HI. Según sea el caso.

N2 Explicitación.

Actividad 26. Distancias

Discute sobre rectas paralelas AB y CD y rectas perpendiculares AC y BD Que está ocurriendo con las distancias de las liguitas de color AB sobre CD, comenta y discute con tu compañero. Haz lo mismo con las distancias de AC sobre BD.

Cómo puedes justificar tu afirmación

En la figura 13, se puede afirmar que las áreas de los triángulos EIF y GHI son congruentes. ¿Es posible? ¿Cómo justificas?

N2. Orientación Libre.

Actividad 27. Alturas

¿Los tres triángulos tienen la misma área?

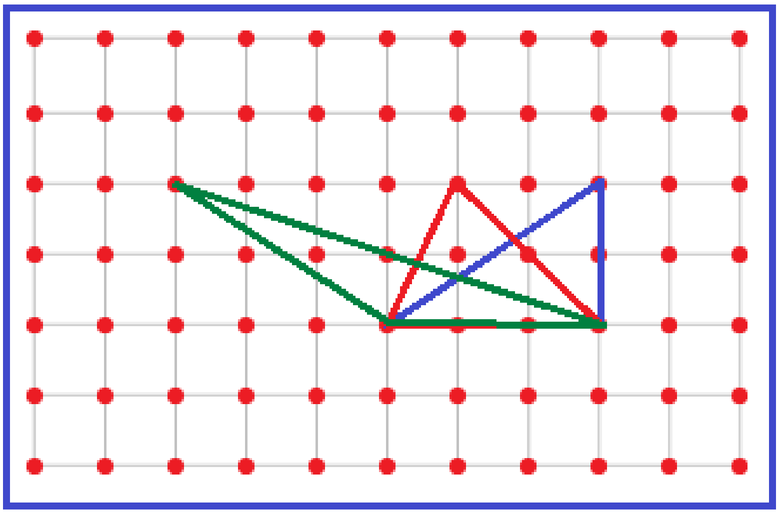


Figura 18. Alturas

¿Cómo podrías justificar?

En un archivo de construcción dinámica figura 19, observa rectas paralelas, ángulos, segmentos proporcionales, utilizando la función arrastre

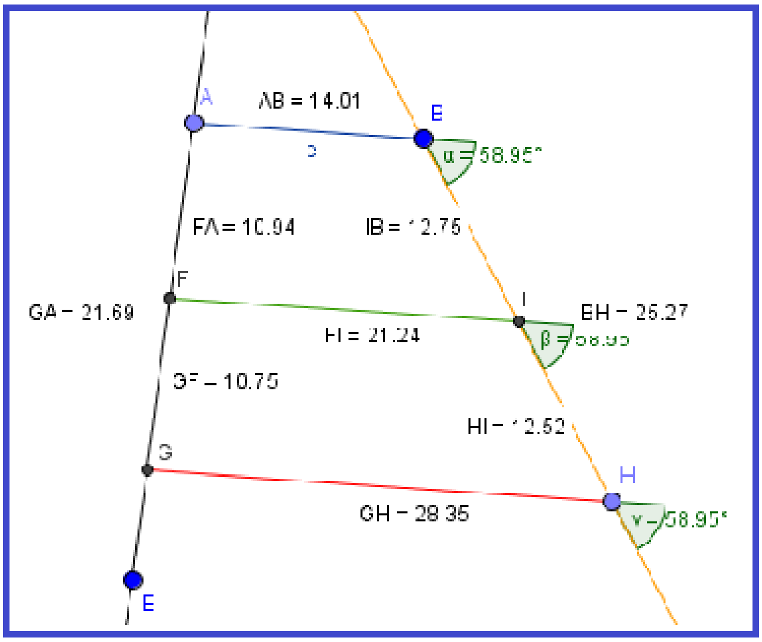


Figura 19. Construcción dinámica

¿Qué ocurre cuando las rectas paralelas se separan?

¿Qué ocurre cuando una recta paralela d ser primera pasa a ser la tercera?

¿Hay variaciones en los ángulos?

Los segmentos son proporcionales

N2 integración.

Actividad 28.

Las alturas siempre se forman dentro del triángulo. Justifique su respuesta.

Qué ocurre si las distancias entre dos rectas no son iguales. Justifique su respuesta. Será lo mismo decir rectas perpendiculares y rectas ortogonales.

En tu casa, en tu salón los ángulos que forman las paredes y el piso es 90°. ¿Por qué ocurre esto?. Habrá un caso en el que dos rectas sean paralelas y perpendiculares a la vez.

Nivel 3 Información.

Actividad 29. Función arrastre

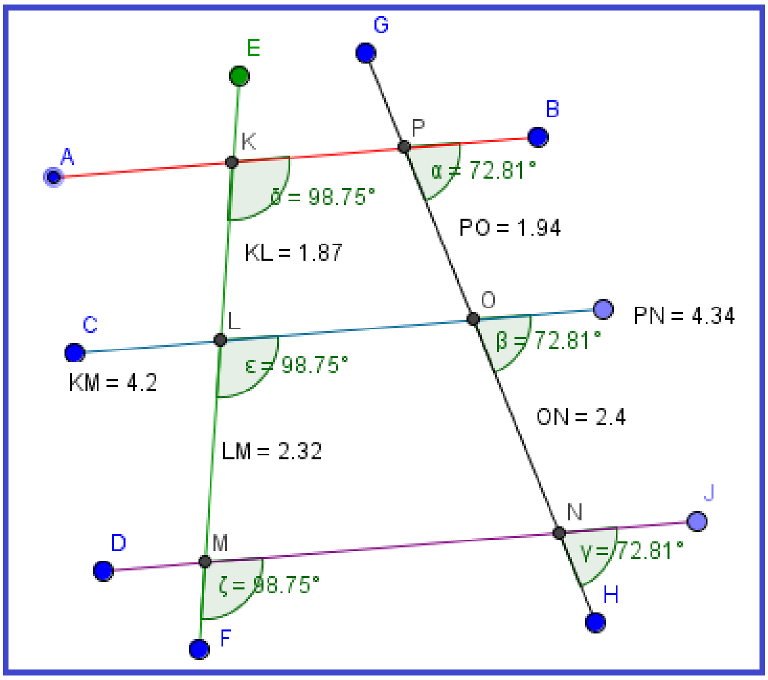


figura 20. Construcción dinámica

En una construcción dinámica con tres rectas paralelas y dos rectas secantes, mueven los puntos que permiten poner las rectas en diferentes posiciones. Aplican la función arrastre

N3 orientación dirigida.

Actividad 30.

Considerando las construcciones dinámicas figura 19 y figura 20, responden a preguntas

El segmento AB es ……. MN

La m∠PKL ……………… m∠NMF

CL ……. NJ

La m∠LMN ……………… m∠CNJ

KM/KL =

Cómo son las rectas KP con MN

La m∠LON ……………… m∠KP0

PO/ON =

La m∠KLC + m∠LMN =

N3 Explicitación.

Actividad 31.

Discuten sobre paralelismo, perpendicularidad, ángulos congruentes, proporcionalidad, etc., y utilizan este lenguaje.

Los ángulos formados por tres rectas paralelas y una secante, cómo son?

Y los segmentos en que han quedado dividido por estas paralelas cómo son?

Cuándo dos ángulos son congruentes, explique con un ejemplo

Al mover el punto N, qué ocurre con la proporción de ambos segmentos

N3 Orientación libre.

Actividad 32.

Realizan justificaciones sobre paralelismo, perpendicularidad y ángulos congruentes

Realizan justificaciones sobre el teorema de Thales, en las figuras 19 y 20

Justifica conjeturas utilizando la simbología estudiada

Ejercicio: Dibuja una recta horizontal D y un punto B por encima de D. construye una recta que pase por B y que sea perpendicular a D.

Dibuja una recta diagonal R y un punto C por debajo de R. construye una recta que pase por C y que sea perpendicular a R

Demuestra que el segmento perpendicular es el segmento de recta de menos longitud desde un punto hasta una recta. Demuestra que AC es el segmento de recta más corto desde PM hasta CB. Datos: $\overline{AC} \perp \overline{CB}$ justifica que: $AB > AC$

Plan para la prueba. Justifica que $m\angle ACB > m\angle ABC$ de manera que $AB > AC$

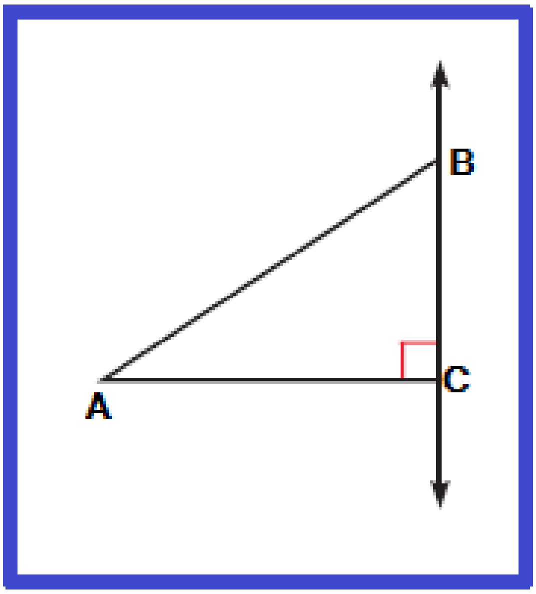


figura 21. Distancia

N3 integración.

Actividad 33.

En la figura 19, cuando moviste la función arrastre, los segmentos varían de valor
Las razones de ambas proporciones siguen teniendo el mismo valor
Siempre son rectas paralelas o en algún momento dejan de serlo. Justifica tu respuesta
En la figura 20. Se puede decir que los dos triángulos formados son semejantes

Actividad 3 Semejanzas y Triángulos rectángulos

Nivel 1 Información.

Actividad 34. Ampliando y reduciendo figuras

En cada una de las construcciones mide los ángulos y los lados de los triángulos

En tu geoplano construye un cuadrado cuyos lados une dos clavitos, (figura 22) en el segundo geoplano construye otro duplicando sus lados, luego une dos vértices opuestos

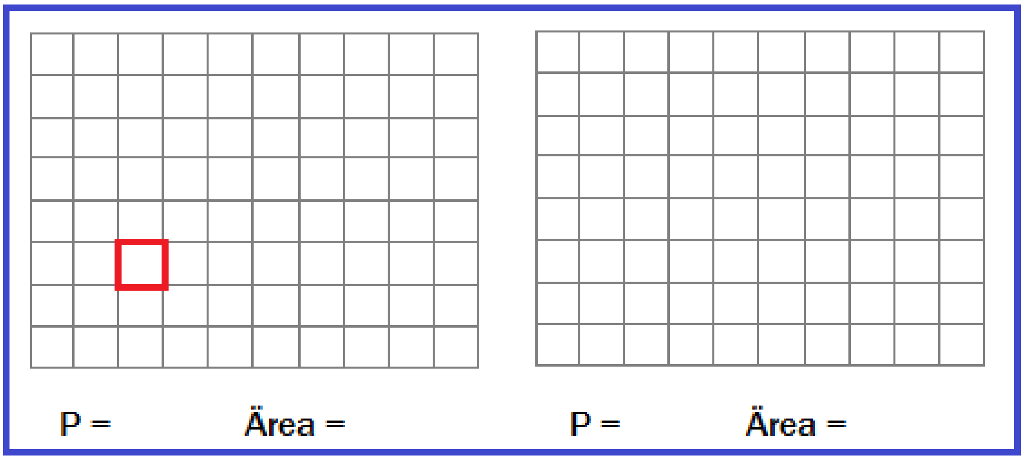


figura22. Ampliando el cuadrado

¿Que se ha formado?,¿Cuál es el nombre de esa línea? Cuál es la relación de proporcionalidad?

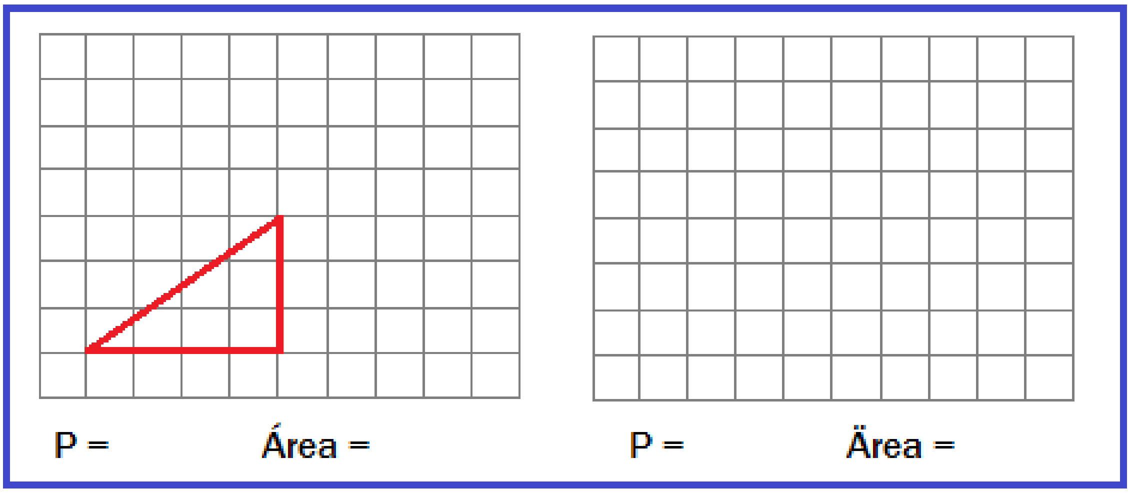


figura 23. Ampliando el triángulo

En el segundo geoplano construye un cuadrado cuyo lado sea el cuádruplo

Reproduce el triángulo rojo en el geoplano de modo que los lados en el segundo geoplano sea el doble del primero. Qué observas en los perímetros (P) y Áreas. Exprésalas como una fracción. (considera cada cuadradito de lado 1 unidad)

¿Que se ha formado?,¿Cómo se llama esa línea? Cuál es la relación de proporcionalidad? En un segundo geoplano construye un triángulo cuyo lado sea el triple

Actividad 35 Observando proyecciones

En el patio hay una escalera, pongámosla en la posición como muestra la figura 24. Observen la escalera, encuentran alguna figura conocida. Describe y anota

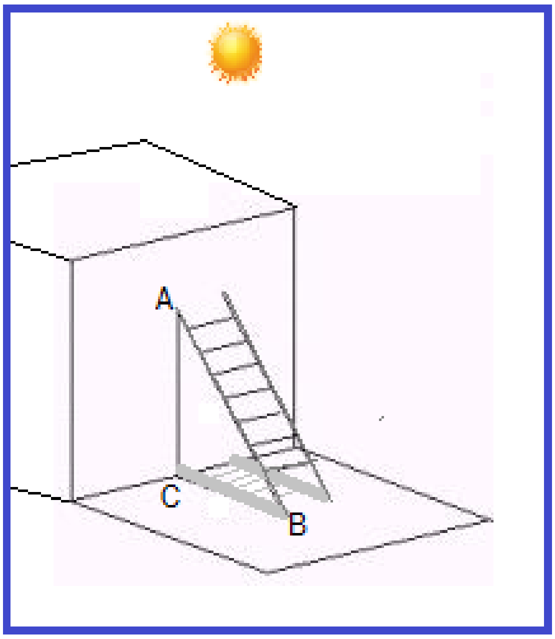


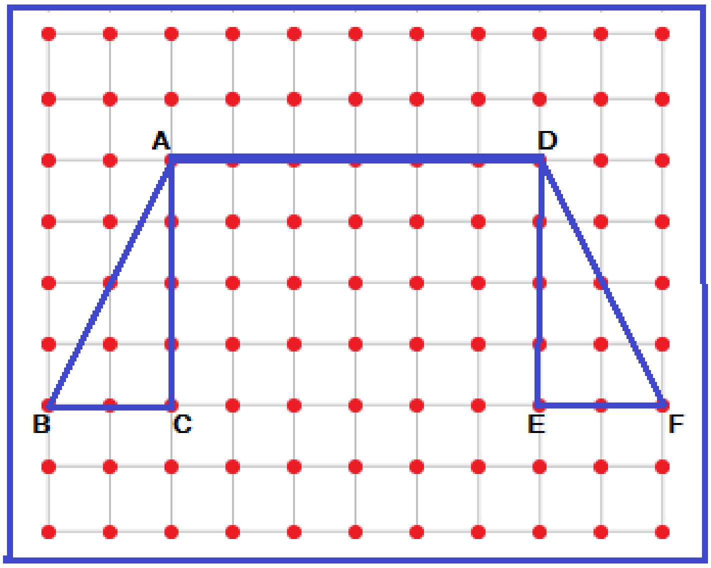
Figura 24. La escalera

figura 25. El arco del campo deportivo

Veamos ahora el arco de nuestra campo deportivo figura 25.

Observa y describe minuciosamente: algunas figuras conocidas.

Tomemos un palito brochetero, una hoja o cartulina y con cuidado atravecemos la brocheta en la hoja o cartulina. Observa con cuidado que ocurre al mover el palito brochetero sobre la hoja o cartulina, y al girar el palito en diferentes direcciones. Dibuja y anota lo observado. Representa la figura 25 en el geoplano.



figurra 26

Si hiciera calor a eso de las 12 del medio día que se notaría. Comenta y anota tus observaciones

N1 Orientación dirigida

Actividad 36. Triángulo al interior de otro

En cada uno de los casos siguientes mide los ángulos, mide los lados, dibuja los triángulos en tu cuaderno

Construye la figura 27 y separa el triángulo interno DEC construyéndolo en un espacio libre del geoplano, gira el tablero. Luego une los puntos medios de la figura, ¿Qué observas?

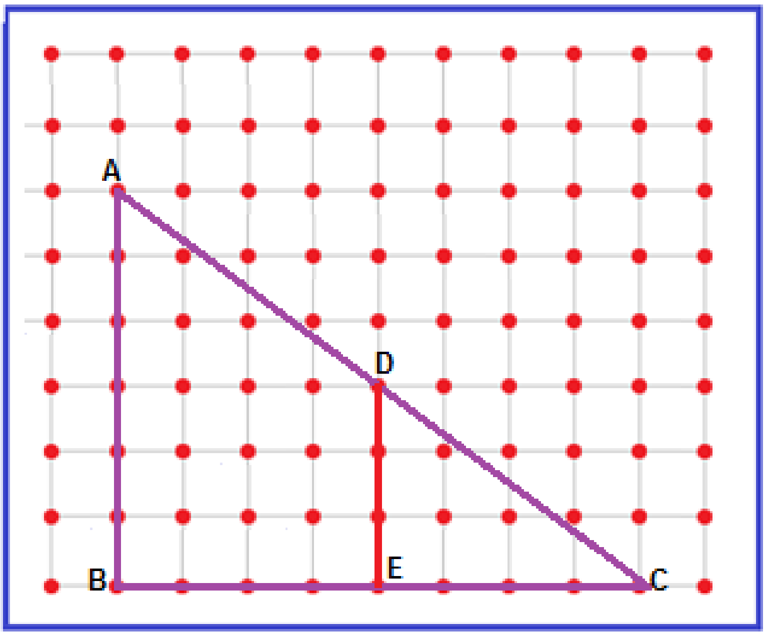


Figura 27. Triángulo rectángulo

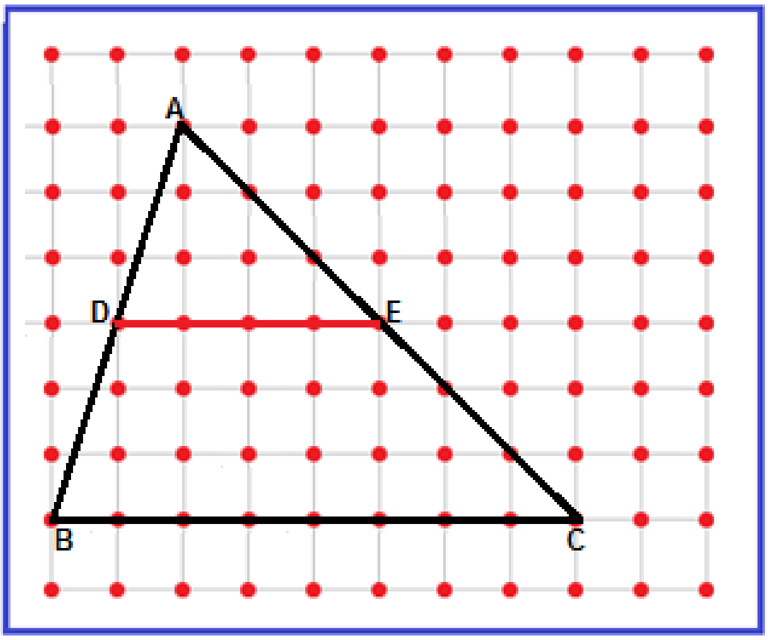


figura 28. Triángulo acutángulo

Construye la figura 28, separa el triángulo pequeño ADE construyéndolo en un espacio vacío el triángulo ABC. En tu cuaderno anota las medidas de sus ángulos y lados en los triángulos.

En la figura 27 y 28 escribe como proporción la relación de los lados del triángulo mayor y del menor

En la figura 27 del geoplano, traza las demás rectas paralelas a los lados del triángulo original qué observas?, ¿Cómo son las figuras encontradas?

Luego, une los puntos medios de la figura. ¿Qué observas?

Cómo son los lados?

Como son los ángulos de la figura 27 y de la figura 28.

En la figura 27 traza una paralela por D a BC y luego traza un segmento que una D con B. Mide cada uno de los segmentos, pinta del mismo color los segmentos iguales.

En la figura 27, construye el triángulo DEC en un espacio libre del geoplano, luego mide los ángulos y lados.

¿Cómo sus ángulos?

¿Cómo son sus lados?

AB con DE

AC con DC

BC con EC

Escribe como proporción

Actividad 37.

Construye la figura 29 realiza mediciones de lados y ángulos, pinta del mismo color los ángulos congruentes, y separa el triángulo interno ADB del triángulo mayor ABC, Luego ubícalo en la misma posición del triángulo ABC en un espacio libre del geoplano. En tu cuaderno dibuja y anota.

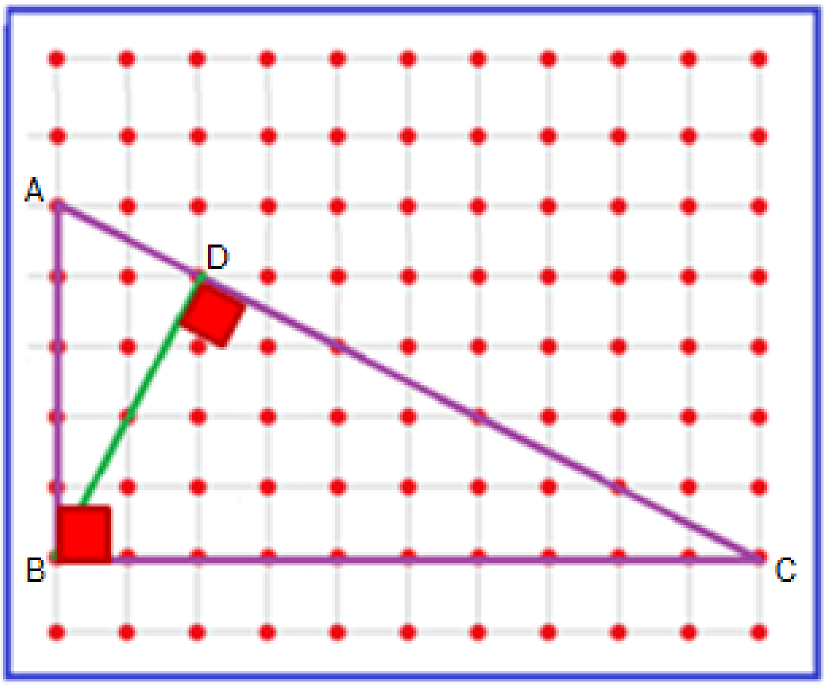


Figura 29. Altura de triángulo rectángulo

Gira los triángulos alrededor de sus lados y ubícalos en la posición del triángulo mayor

En la figura 29 tienes dos triángulos rectángulos dentro del triángulo rectángulo ABC. Tomando dos a dos, escribe como proporción la relación de los lados. Finalmente traza las paralelas por el punto D. ¿Qué forma tienen las figuras encontradas?

En la figura 29, quédate con el triángulo intermedio gira sobre uno de sus lados, dibuja ese triángulo formado y sobre el otro lado gira, formando otro triángulo, dibuja los tres triángulos, marca con tu lapicero los lados congruentes.

N1 explicitación.

Actividad 38.

¿Qué ocurre con los lados de los triángulos de la figura 27 y 28?
¿Cómo son las razones?, ¿Qué te parecieron los giros?, ¿por qué se dice que dos triángulos son semejantes?, ¿Al trazar los segmentos paralelos por D y E que se forman?, esos triángulos cómo son?, y si se trazan los segmentos paralelos por el punto D de la figura 29, que nombre toman en los dos triángulos internos formados Discuten utilizando el lenguaje geométrico hasta ahora aprendido

N1 orientación dirigida.

Actividad 39.

En la figura 29, trata de girar 2 de los tres triángulos rectángulos sobre una de sus lados, hasta colocarlos en la misma posición.

En la figura 29 se podrá hacer coincidir dos lados del triángulo rectángulo,
se podrán hacer coincidir los lados de los tres triángulos rectángulos, los tres triángulos son congruentes o semejantes ¿Cómo justificas tu conjetura?
Si estuviésemos viendo a las 12 del mediodía, la escalera, el arco de futbol y un foco de luz, que observaríamos sobre el piso? En cada caso dibuja y resalta lo que observarías, y qué pasaría con el palito brochetero?

N1 Integración,

Actividad 40.

De cuántas formas se pueden presentar las proyecciones de puntos y segmentos.

Dibuja y justifica.

Cuando trazamos paralelas por el punto medio, encontramos siempre figuras geométricas semejantes o congruentes? Justifique su respuesta

Los triángulos rectángulos siempre tienen un par de ángulos que son suplementarios o complementarios? y cómo son sus lados, respecto de los lados de los otros triángulos rectángulos?

En la figura 29, las paralelas que trazaste por el punto D cómo se llaman?, En qué proporción están los segmentos de la pregunta anterior?.

Nivel 2 Información.

Actividad 41.

Construyen triángulos rectángulos y acutángulos, tomen el punto medio de un lado y luego trace todas las rectas paralelas a los lados del triángulo mayor. ¿Qué figuras se formaron?,
Se parecen a las iniciales?
Son iguales a las iniciales?
Faltan algunos datos para precisar

N2 Orientación dirigida.

Actividad 42. Construcciones dinámicas 1

En la construcción dinámica de la figura 30 se presenta los segmentos y ángulos con sus respectiva medidas, activa la función arrastre, observa si se mantienen las razones de proporcionalidad.
Gira en varias direcciones que observas. Anota en tu cuaderno.

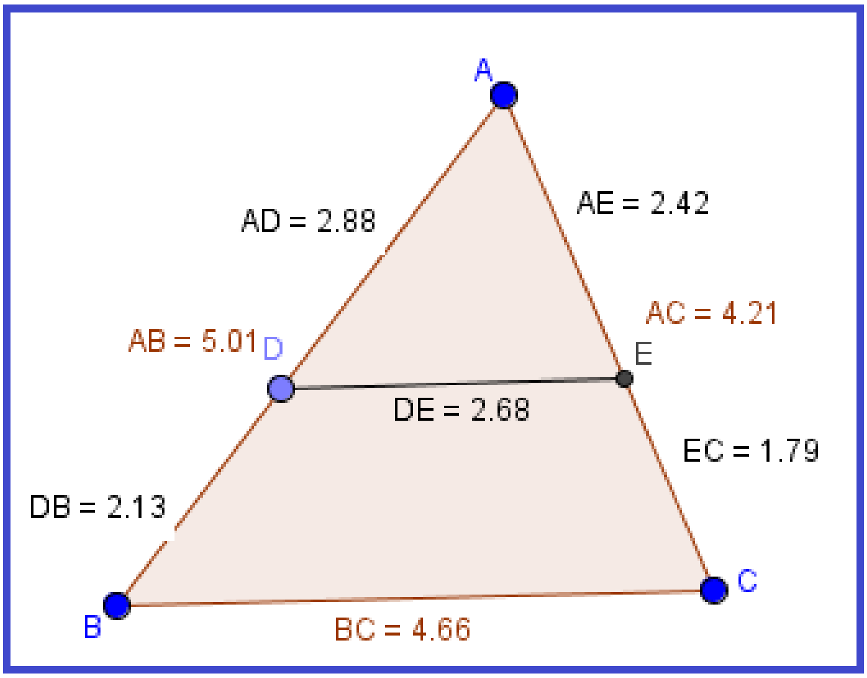


figura30. Construcción dinámica

Y responden a preguntas

BC // DE …………

AC/AE =

BD/ AD =

DE/BC =…………

AC/BD=

Justifica tu respuesta

N2 explicitación.

Actividad 43.

Al activar la función de arrastre algunos segmentos cambian de posición?

Las medidas de los segmentos permanecen invariables

En los triángulos rectángulos al mover la función de arrastre las razones de proporcionalidad permanece invariable

Cuando trazaste rectas paralelas sobre el punto medio de un lado, los triángulos que encontraste que forma tienen.

N2 Orientación libre.

Actividad 44. Construcciones dinámicas

En la construcción dinámica figura 31 al mover un punto de arrastre (puntos celestes) se puede formar triángulos en la posición de Thales.

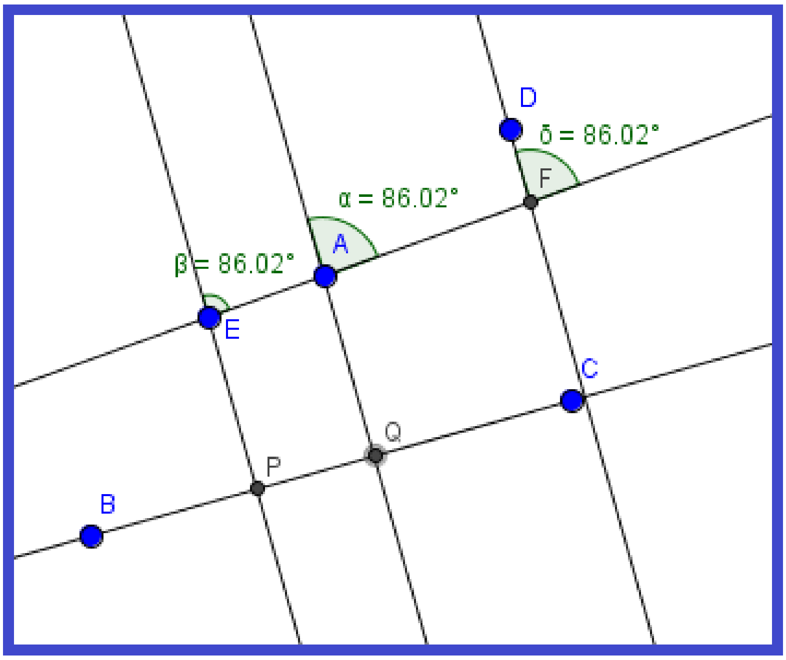


Figura 31. Construcción dinámica

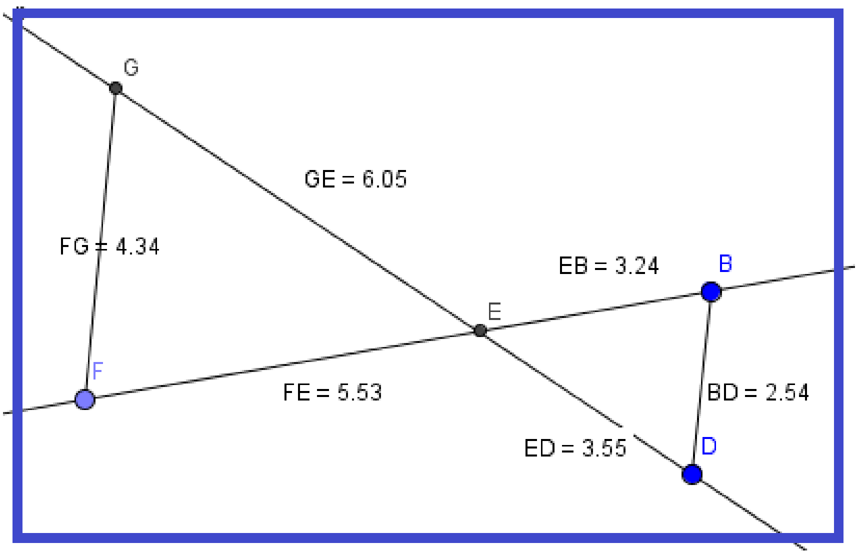


Figura 32. Construcción dinámica

Al mover el punto de arrastre de la figura 32 la proporción puede ser cero
Cómo podrías realizar ello. ¿Explica?

N2 Integración.

Actividad 45

En la figura 30, Qué nombre adquieren las rectas AB y AC. Si mueves el punto D en cualquier dirección sigue siendo DE paralela a BC. Se pueden separar las rectas AB y AC.

En la figura 31 se puede convertir el gráfico en la posición de triángulos semejantes. Qué rectas son paralelas? Justifica tu respuesta.

En la figura 32 indique rectas paralelas y rectas secantes. Aplica la función arrastre y experimenta si la razón de proporcionalidad varía.

Nivel 3 Información.

Actividad 46.

El docente muestra construcciones a los estudiantes sobre segmentos con la intención, visualicen segmentos y ángulos.

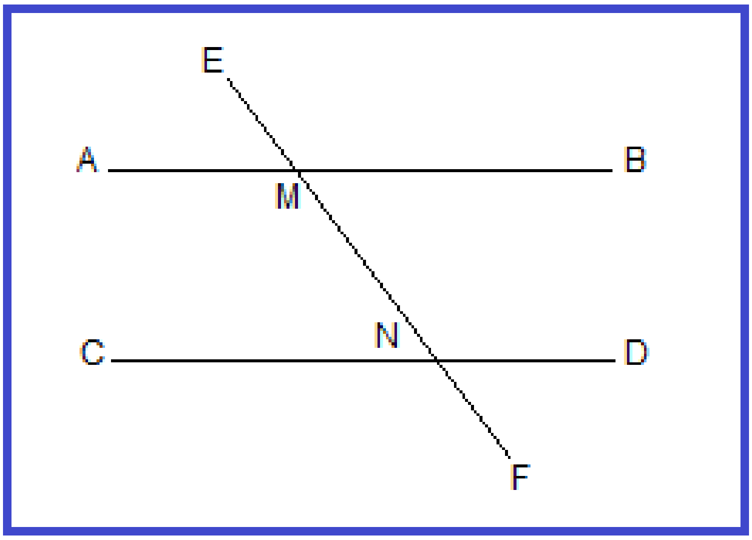


Figura 33. Rectas paralelas

$m\angle BME =$	$m\angle DNE =$
$m\angle AME =$	$m\angle ENC =$
$m\angle AMF =$	$m\angle CNF =$
$m\angle FMB =$	$m\angle FND =$

¿Qué ángulos tienen la misma medida?. Pinta del mismo color los ángulos que tengan la misma medida

N3 Orientación Dirigida.

Actividad 47. Construcciones dinámicas Segmentos, semejanzas.

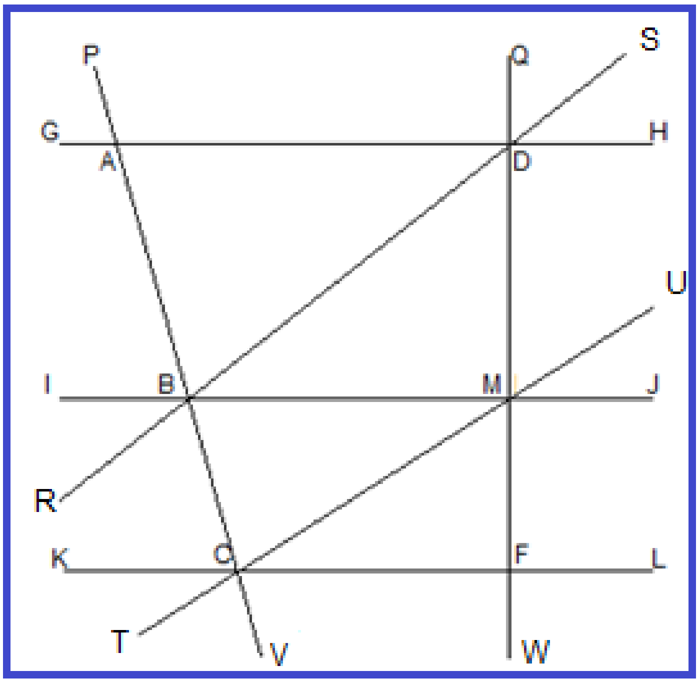


Figura 34. Construcción dinámica

Los estudiantes discriminan ángulos y segmentos de las distintas rectas que se cruzan La intención es que identifique la congruencia y semejanza de estos elementos

Los ángulos son $m\angle ABD \ldots \ldots \ldots \ldots\ m\angle DMU$

Los segmentos $\overline{AB}\ \ldots \ldots \ldots . . \overline{BC}$

Los segmentos $\overline{CV}\ \ldots \ldots \ldots \ldots\ \overline{AB}$

Los ángulos son $m\angle ABI \ldots \ldots \ldots \ldots . . m\angle VCF$

Justifica en cada caso

1) En la figura, $\overline{AB} = \overline{AD}\ y\ \overline{AC} \perp \overline{BD}$. Completa el enunciado

a) $\overline{AB}$ es el/la ……………………….. del triángulo rectángulo ABC

b) En $\Delta ABC,\ \overline{AB}$ es el lado que está opuesto al ángulo …………………..

c) $\overline{BD}$ es el/la …………………………… Del triángulo isósceles ΔABD

d) Los catetos de ΔACDson ……………………. y …………………………

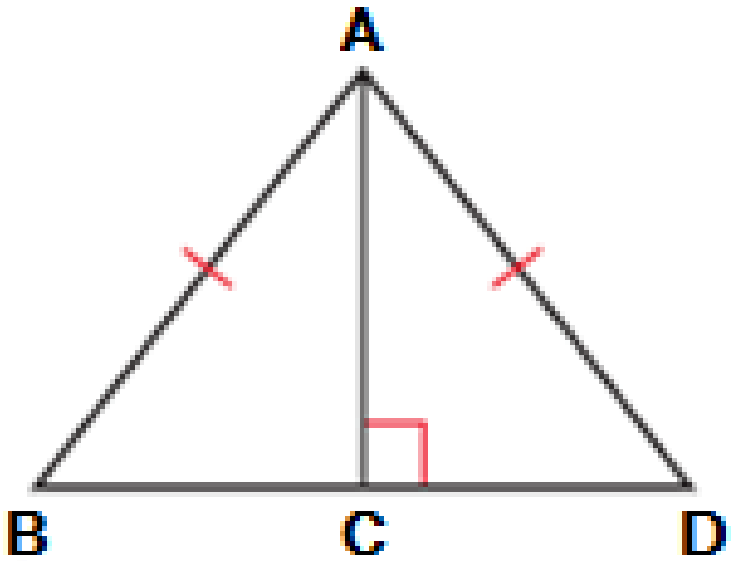


Figura 35. Perpendicularidad

Las razones de las longitudes de lado de ΔABC a las longitudes de lado de ΔDEF son 1:4. Halla las longitudes desconocidas

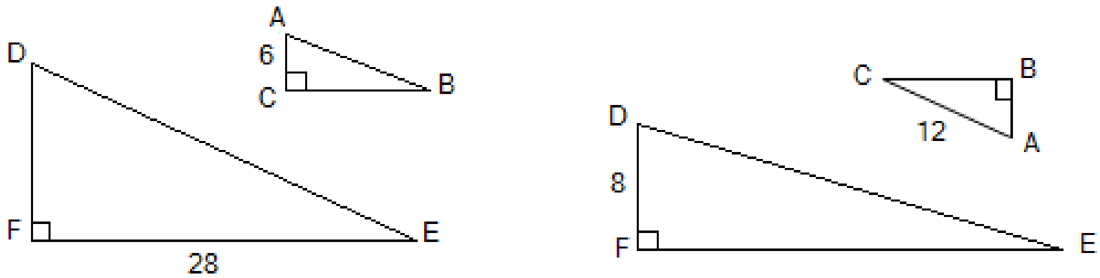


Figura 36. Proporciones y Semejanzas

Justifica cada una de tus respuestas

Actividad 48. Construcción dinámica

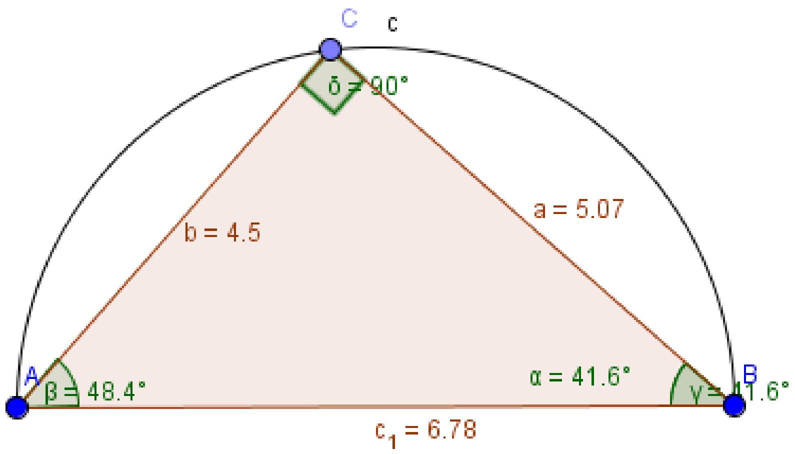


Figura 37. Construcción dinámica

Al mover C, qué ocurre con la medida del ángulo ACB, varía o permanece igual.

¿Qué ocurre con los lados?

Se puede aplicar el teorema de Pitágoras?

Y si trazamos la altura respecto a la hipotenusa,

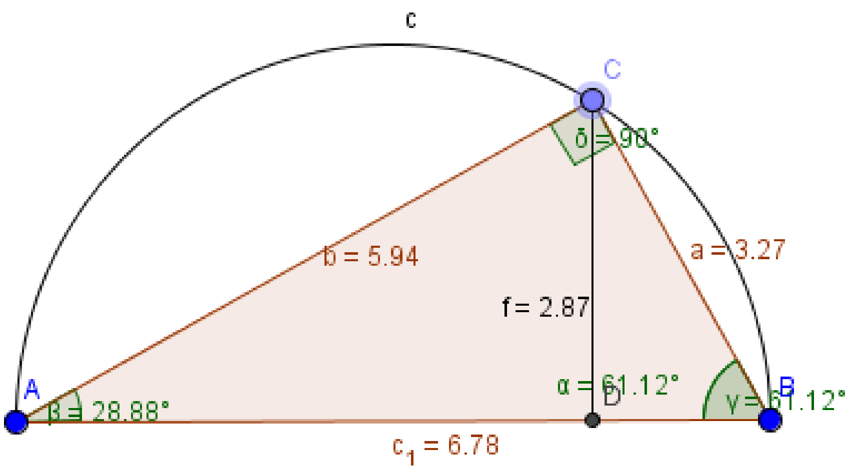


Figura 38. Construcción dinámica

¿Qué ocurre con la altura y los catetos del triángulo?

Los ángulos A y B siempre son complementarios?

N3 Explicitación.

Actividad 48.

Los estudiantes comentan experiencias relacionadas con el material proporcionado, utilizando el nuevo lenguaje geométrico

En la figura 35 las rectas RS y TU son paralelas?. Las rectas PV y QW son paralelas?, podemos considerar como rectas paralelas GH, IJ KL y como rectas secantes RS y TU?

Los resultados obtenidos se socializan resaltando asertivamente aciertos y equivocaciones, se aclaran dudas

N3 Orientación Libre.

Actividad 49.

Con los argumentos anteriores, se propone una práctica elaborada, para que plasmen sus razonamientos lógicos no formales estableciendo relaciones entre las condiciones de las situaciones.

En la figura 37, determinar si el enunciado es verdadero o falso.

a) Los puntos S, B y R son colineales
b) $\overline{BR} \perp \overline{LN}$
c) $\angle LAP \cong \angle SBN$
d) $\overleftrightarrow{PQ} \perp \overleftrightarrow{RS}$

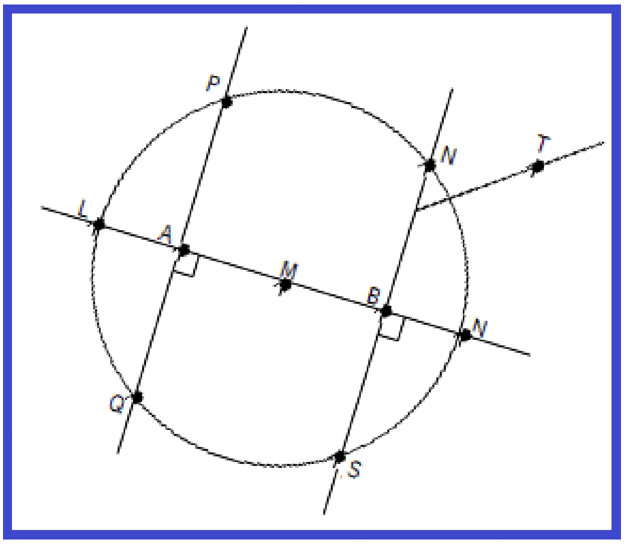


Figura 39. Rectas paralelas

En un triángulo rectángulo, la altura relativa a la hipotenusa divide a ésta en dos segmentos de longitudes 1,5 cm y 6 cm. halla la longitud de dicha altura y dibuja el triángulo rectángulo

Realiza la gráfica

Ubica los triángulos en la misma posición

Establece la relación de proporcionalidad

Justifica cada una de tus conjeturas

N3 integración.

Actividad 50

En la figura 33*, qué ángulos son complementarios y cuáles son suplementarios*

En la figura 34. Las rectas RS y TU son paralelas. los segmentos formados por las otras dos secantes determinan segmentos proporcionales. Justifica tu respuesta

En la figura 37 y 38 porque las dos cuerdas AC y BC forman siempre un ángulo recto, y como justificas la variación de la longitud de la altura.

En la figura 39. Si se traza el segmento PR e igualmente QS, esos dos segmentos que vendrían a ser, cómo se llaman?

FICHA DE VALIDACIÓN INTERNA (CONTENIDO)
INFORME DE OPINIÓN DEL ESPECIALISTA

N°	CRITERIOS	PUNTAJE					ASPECTOS		
		1	2	3	4	5	POSITIVOS	NEGATIVOS	SUGERENCIA
1.	La modelación contiene propósitos basados en los fundamentos educativos, curriculares y pedagógicos					X	La propuesta contiene los fundamentos educativos curriculares del Minedu		
2.	La propuesta está contextualizada a la realidad de estudio					X	Se mostró la contextualización de la I.E donde se aplicará la prop		
3.	Contiene un plan de acción detallado, preciso y efectivo				X		El plan de acción se observa con la planificación de actividad.		
4.	Se justifica la propuesta como base importante de la investigación aplicada proyectiva				X		Se justifica		
5.	Presenta objetivos claros, coherentes y posibles de alcanzar				X		Esta implícito pero se requiere presentar una matriz con los obj.		
6.	La propuesta guarda relación con el diagnóstico y responde a la problemática					X	Responde al diagnóstico de la problemática de la I.E.		
7.	Congruencia entre el resultado propuesto y el objetivo fijado					X	Si hay coherencia entre los objetivos y los resultaddos prop.		
8.	Correspondencia con las necesidades sociales e individuales actuales				X		Es interesante la propuesta		
9.	Novedad en el uso de conceptos y procedimientos de la propuesta.					X	En el aporte se muestra creatividad y aborda los aprend. constructivamente		
10	Factibilidad de aplicación del resultado que se presenta.					X	Es factible		

Puntaje 46

FICHA DE VALIDACIÓN EXTERNA (FORMA)
INFORME DE OPINIÓN DEL ESPECIALISTA

N°	CRITERIOS		PUNTAJE					ASPECTOS		
			1	2	3	4	5	POSITIVOS	NEGATIVOS	SUGERENCIA
1.	CLARIDAD	Es formulado con lenguaje apropiado					X	Hay claridad en las actividades.		
2.	OBJETIVIDAD	Está expresado en conductas observables				X		Hay objetividad en lo que se pretende aplicar		
3.	ACTUALIDAD	Adecuado al avance de la ciencia pedagógica					X	Se basa en Van Hiele		
4.	ORGANIZACIÓN	Existe una organización lógica				X		Se visualiza una organización de la secuencia lógica.		
5.	SUFICIENCIA	comprende los aspectos de cantidad y calidad				X		Ordenar y mejorar los aspectos del diagnóstico		
6.	INTENCIONALIDAD	Adecuado para valorar los aspectos de la(s) categorías					X	Se visualiza las categorías de la comprensión y demost.		
7.	CONSISTENCIA	Basado en aspectos teóricos científicos					X	Se observa la aplicación de teorías que la sustentan		
8.	COHERENCIA	Relación nombre de los títulos o subtítulos y el texto				X		Hay coherencia, aplica teorías de aprendizaje		
9.	METODOLOGÍA	La estrategia responde al propósito del diagnóstico				X		El diagnóstico es abordado en parte por el ~~diag~~ la prop.		
10	PERTINENCIA	Es útil y adecuado para la investigación					X	La propuesta es pertinente		

Puntaje 45

D. RESULTADOS

PUNTAJE DE VALIDACIÓN INTERNA: 46 (50%) + PUNTAJE VALIDACIÓN EXTERNA: 45 (50%)

PROMEDIO DE VALORACIÓN: 91

TABLA DE VALORACIÓN		
0 - 25	:	DEFICIENTE
26 – 59	:	BAJA
60 – 70	:	REGULAR
71 – 90	:	BUENA
91 - 100	:	MUY BUENA

OPINIÓN DE APLICABILIDAD: NO PROCEDE a) Deficiente ( ) b) Baja ( )

SI PROCEDE a) Regular ( ) d) Buena ( ) e) Muy Buena (X)

Firma Dr. Zumaeta Arista, Segundo Lizardo

Lugar y fecha La Molina 23 de noviembre del 2015.

FiCHA DE VALIDACIÓN INTERNA (CONTENIDO)
INFORME DE OPINIÓN DEL ESPECIALISTA

N°	CRITERIOS	PUNTAJE					ASPECTOS		
		1	2	3	4	5	POSITIVOS	NEGATIVOS	SUGERENCIA
1.	La modelación contiene propósitos basados en los fundamentos educativos, curriculares y pedagógicos	X						No es presentando un apartado que justifique el propósito de la propuesta en fundamentos educativo, curriculares y pedagógicos.	
2.	La propuesta está contextualizada a la realidad de estudio		X					Se requiere de un apartado donde se manifieste la realidad donde se realizará el estudio o características del grupo que recibirá la propuesta.	
3.	Contiene un plan de acción detallado, preciso y efectivo			X					Se sugiere presentar una matriz de sesiones y actividades a realizar.
4.	Se justifica la propuesta como base importante de la investigación aplicada proyectiva			X					No se justifica este aspecto.
5.	Presenta objetivos claros, coherentes y posibles de alcanzar			X					Presentar en una matriz los objetivos de las actividades
6.	La propuesta guarda relación con el diagnóstico y responde a la problemática		X						No hay presencia de diagnóstico que brinde el nivel de partida de la propuesta.
7.	Congruencia entre el resultado propuesto y el objetivo fijado			X					Es necesario elaborar una rúbrica de evaluación donde se clarifique los logros a

									alcanzar en cada una de las actividades en términos de los descriptores de los niveles de Van Hiele.
8.	Correspondencia con las necesidades sociales e individuales actuales		X						Es importante describir al grupo al cual se dirige la propuesta
9.	Novedad en el uso de conceptos y procedimientos de la propuesta.				X				Si bien la teoría aplicada promueve el aprendizaje de la geometría es importante resaltar que las actividades diseñadas son de novedad para el tópico involucrado de geometría
10	Factibilidad de aplicación del resultado que se presenta.			X					Es viable en la medida que la propuesta presente claramente las orientaciones para los docentes que van aplicarla

Puntaje: _______26__________________

FICHA DE VALIDACIÓN EXTERNA (FORMA) INFORME DE OPINIÓN DEL ESPECIALISTA

N°	CRITERIOS		PUNTAJE					ASPECTOS		
			1	2	3	4	5	POSITIVOS	NEGATIVOS	SUGERENCIA
1.	CLARIDAD	Es formulado con lenguaje apropiado			X					Mejorar la presentación de la propuesta, el lenguaje matemático es claro, pero los términos en que se presentan los niveles y fases de la teoría no están claros.
2.	OBJETIVIDAD	Está expresado n conductas observables			X					Es importante realizar la rúbrica de evaluación de la propuesta.
3.	ACTUALIDAD	Adecuado al avance de la ciencia pedagógica					X	Se justifica en una teoría de Aprendizaje		
4.	ORGANIZACIÓN	Existe una organización lógica				X				La organización es lógica pero con ayuda de los cuadros resumen se entenderá mejor el plan a seguir en la propuesta.
5.	SUFICIENCIA	comprende los aspectos de cantidad y calidad			X					En la medida que el diagnóstico este claro se valora la cantidad y calidad de las actividades
6.	INTENCIONALIDAD	Adecuado para valorar los aspectos de la(s) categorías		X					No son muy claras las categorías que presenta la investigación, sería bueno nombrarlas en algún apartado de la propuesta.	
7.	CONSISTENCIA	Basado en aspectos teóricos científicos					X	Aplicación de una teoría de aprendizaje.		

8.	COHERENCIA	Relación nombre de los títulos o subtítulos y el texto			X					Organizar de mejor manera la propuesta. Uso de cuadros resumen o cuadros que permitan comprender la secuencia de la propuesta.
9.	METODOLOGÍA	La estrategia responde al propósito del diagnóstico			X				No se hace evidente el diagnóstico.	
10	PERTINENCIA	Es útil y adecuado para la investigación			X					En la medida que el diagnóstico se presente claramente la propuesta será pertinente.

Puntaje: ________34___________________

A. RESULTADOS

PUNTAJE DE VALIDACIÓN INTERNA:__________26_____ (50%) + PUNTAJE VALIDACIÓN EXTERNA: ___34____________ (50%)

PROMEDIO DE VALORACIÓN: 60

TABLA DE VALORACIÓN		
0 – 25	:	DEFICIENTE
26 – 59	:	BAJA
60 – 70	:	REGULAR
71 – 90	:	BUENA
91 - 100	:	MUY BUENA

OPINIÓN DE APLICABILIDAD: NO PROCEDE a) Deficiente ( ) b) Baja ( )

SI PROCEDE a) Regular (x) d) Buena ( ) e) Muy Buena ( )

Mg. Marisel Beteta Salas
Firma
Lugar y fecha

Tablas de la Prueba Pedagógica

Tabla 3. Describe relaciones de proporcionalidad

Tabla 3. describe relaciones de proporcionalidad

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	T1	31	70,5	70,5	70,5
	T2	2	4,5	4,5	75,0
	T3	6	13,6	13,6	88,6
	T5	2	4,5	4,5	93,2
	T6	3	6,8	6,8	100,0
	Total	44	100,0	100,0	

Tabla 11. Teorema de Thales

Tabla 11. Teorema de Thales

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	T1	32	72,7	72,7	72,7
	T2	7	15,9	15,9	88,6
	T3	5	11,4	11,4	100,0
	Total	44	100,0	100,0	

Figuras de la Prueba Pedagógica

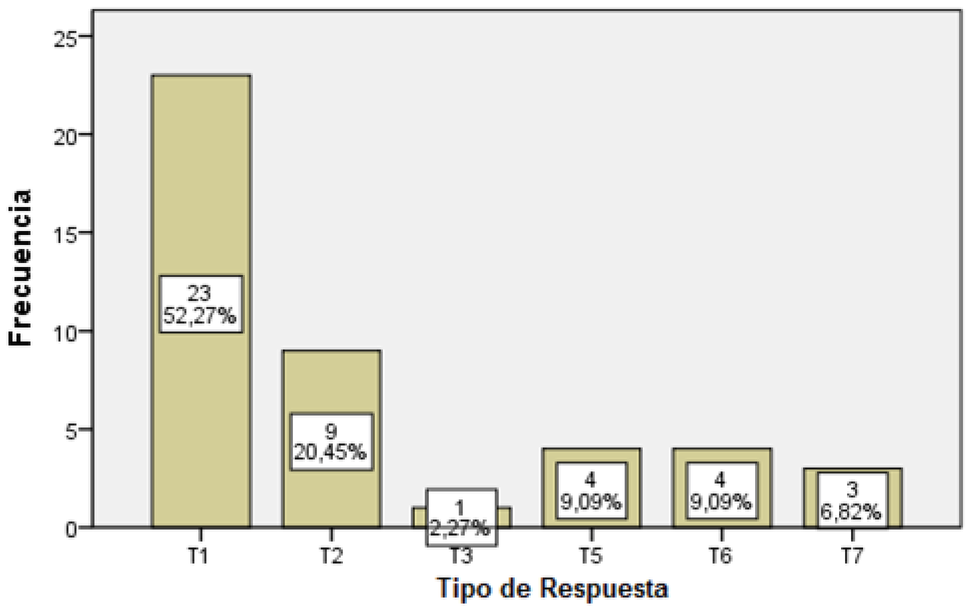


Figura 7. Puntos medios

Figura 8. Semejanzas

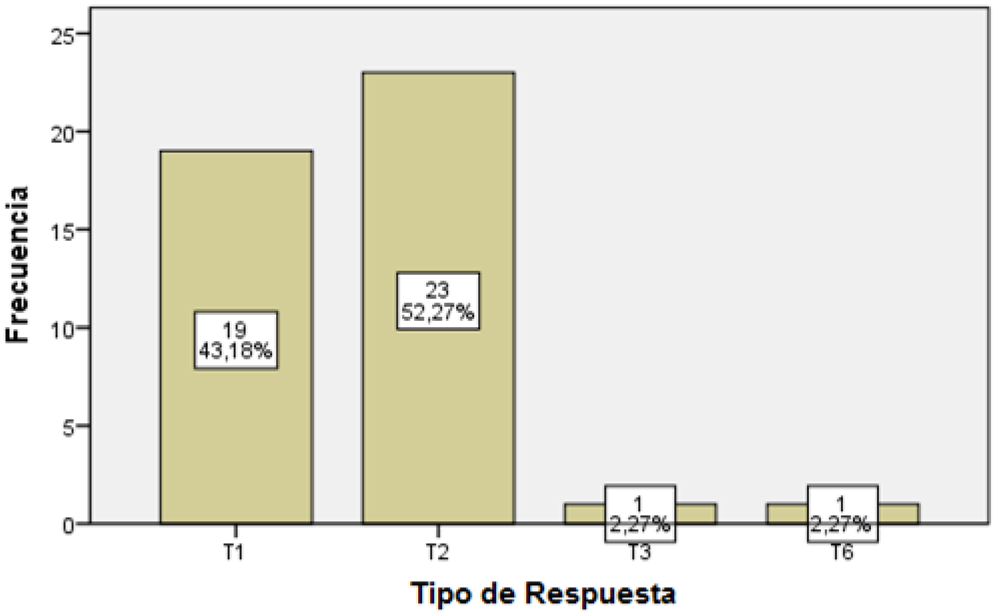


Figura 8. Semejanzas

Figura 12. Proyección en el triángulo rectángulo

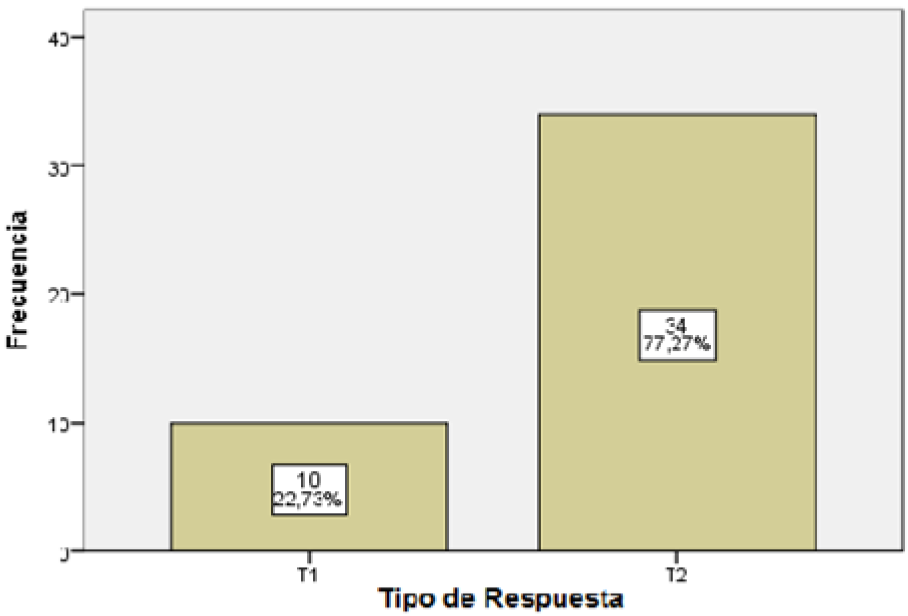


Figura 12. Proyección en el triángulo rectángulo