



FACULTAD DE EDUCACIÓN
Programa Académico de Maestría en
Ciencias de la Educación - PRONABEC

ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS GEOMÉTRICOS BIDIMENSIONALES EN ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE VENTANILLA CALLAO

**Tesis para optar el grado de magister en la Mención de
Investigación e Innovación Curricular**

BACHILLER GERMÁN ROGER PALOMINO SINCHI

ASESOR DR. C.P ALEJANDRO CRUZATA MARTÍNEZ

Línea de investigación

**Proyectos de aprendizajes y desarrollo de competencias
Matemáticas**

Lima – Perú

2015

**UNIVERSIDAD SAN IGNACIO DE LOYOLA
ESCUELA DE POSTGRADO**

Facultad de Educación

DECLARACIÓN DE AUTENTICIDAD

Yo, Germán Roger Palomino Sinchi, identificado con DNI N° 25782348 estudiante del Programa Académico de Maestría en Ciencias de la Educación de la Escuela de Postgrado de la Universidad San Ignacio de Loyola, presento mi tesis titulada: Estrategia didáctica para la resolución de problemas geométricos bidimensionales en estudiantes de Educación Secundaria de Ventanilla Callao.

Declaro en honor a la verdad, que el trabajo de tesis es de mi autoría; que los datos, los resultados y su análisis e interpretación, constituyen mi aporte a la realidad educativa. Todas las referencias han sido debidamente consultadas y reconocidas en la investigación.

En tal sentido, asumo la responsabilidad que corresponda ante cualquier falsedad u ocultamiento de información aportada. Por todas las afirmaciones, ratifico lo expresado, a través de mi firma correspondiente.

Lima, diciembre de 2015

.....

Germán Roger Palomino Sinchi

DNI N° 25782348

APROBACIÓN DEL TRIBUNAL DE GRADO

Los miembros del Tribunal de Grado aprueban la tesis de graduación, el mismo que ha sido elaborado de acuerdo a las disposiciones reglamentarias emitidas por la EPG- Facultad de Educación.

Lima, diciembre del 2015

Para constancia firman

Dr./Mg. Santiago Araujo
Salinas
Presidente

Dr./Mg. Igor Valderrama
Maguiña
Secretario

Dr./Mg. Alejandro
Cruzata Martínez
Vocal

EPÍGRAFE

“La enseñanza debe ser por la acción.
La Educación es la vida; la escuela es la
sociedad”

“El aprendizaje se da a través de
experiencias dentro y fuera del aula, y
no solamente a través de maestros”

John Dewey

Un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero hay una pizca de descubrimiento en la solución de cualquier problema. Tu problema puede ser modesto, pero si es un reto a tu curiosidad y trae a juego tus facultades inventivas, y si lo resuelves por tus propios métodos, puedes experimentar la tensión y disfrutar del triunfo del descubrimiento.

George Pólya

DEDICATORIA

A Rosa Sinchi Guzmán y Rubén Ibarra Bernabé por el soporte moral y emocional en los momentos difíciles. Gracias amados padres.

A Miguel, Teófilo, Carmen, María, Lucila, Rubén y Valeria por su confianza y amistad en todo momento. Gracias estimados hermanos y hermanas.

AGRADECIMIENTOS

A Walter Alberto Espinoza Huamán, por su amistad y hermandad infinita. Gracias por el ánimo y apoyo solidario en los momentos precisos.

A July Mirtha Arias Sáliga, por su amistad sincera. Gracias por los constantes consejos para ser mejor persona.

A Alejandro Cruzata Martínez, por sus sugerencias y colaboración para que este trabajo fuera culminado.

A todos mis profesores, por su valiosa enseñanza, dedicación, puntualidad, responsabilidad y sobre todo humanidad para con sus estudiantes.

A todos mis compañeros del MIC2, porque a través de ustedes aprendí a ser mejor profesional y a valorar los pequeños momentos de felicidad en la vida.

INDICE

INTRODUCCIÓN.....	16
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS GEOMÉTRICOS EN EDUCACIÓN SECUNDARIA.....	27
Estado actual de la Resolución de problemas Geométricos en estudiantes de segundo grado de Educación secundaria en Perú.	27
Breve análisis histórico de la Resolución de Problemas Matemáticos.	28
Las primeras contribuciones al método de resolver de problemas matemáticos.	28
El aporte de René Descartes.	30
Otras contribuciones a la resolución de problemas.	31
Proceso de resolución de problemas en torno a la enseñanza-aprendizaje de la Matemática.	33
John Dewey y su concepción de resolución de problemas.	33
George Polya y el método didáctico en la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos.	34
Desarrollo del pensamiento geométrico según Jean Piaget.	37
Niveles de Razonamiento Geométrico según Van Hiele.	39
Fases de enseñanza en el área Geometría según Van Hiele.	41
Análisis de documentos normativos en Educación Secundaria del sistema educativo peruano para la resolución de problemas.	43
Competencia Matemática Resolución de Problemas.	47
Enfoque de Resolución de Problemas en Geometría.	48
Estrategias de resolución de problemas geométricos.	49
Estrategia algebraica de resolución de problemas geométricos.	50
La modelización matemática y resolución de problemas de la realidad.	52
La heurística en la enseñanza-aprendizaje de la Matemática.	56
Análisis del estado psicológico-emocional e influencia familiar en el proceso de enseñanza-aprendizaje de geometría.....	57

**ESTADO ACTUAL DE LA SITUACIÓN DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
GEOMÉTRICOS Y LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA.....59**

Participantes, instrumentos y procedimientos empleados en el estudio.....59

Participantes.59

Instrumentos: Entrevista, observación y prueba de medición.60

Procedimiento empleado para la aplicación de los instrumentos.61

Resultados de la aplicación de los instrumentos.62

Resultados de la entrevista.63

Descripción de las categorías apriorísticas confirmadas y emergentes de las entrevistas.64

Competencia Matemática en el docente.....64

Capacidades Matemáticas en el estudiante.65

Estrategia didáctica para la resolución de problemas.....65

Educación tradicional y mecánica.67

Familia disfuncional.....68

Aspecto psicológico y emocional del estudiante.....68

Resultados de la observación de clase.70

Descripción de las categorías apriorísticas confirmadas y emergentes de las observaciones de clases.....71

Estrategias de enseñanza y aprendizaje en el área de Geometría.....71

Educación tradicional, memorística y mecánica.74

Improvisación metodológica.75

Resultados de la prueba de medición del nivel de razonamiento geométrico.76

Resultados del análisis cualitativo de la prueba de medición de razonamiento geométrico.....76

Descripción de las categorías apriorísticas confirmadas y emergentes de la prueba de razonamiento geométrico.....77

Estrategias de aprendizaje para la resolución de problemas geométricos....77

Niveles de razonamiento geométrico.77

Mecanicismo en la resolución de problemas.78

Resultados del análisis cuantitativo de la prueba de medición de razonamiento geométrico.....	78
Triangulación metodológica por técnicas de recogida de información.	82
Coincidencias de categorías emergentes y apriorísticas en los resultados de los instrumentos de tipo cualitativo y cuantitativo.....	82
Estrategia didáctica para la resolución de problemas geométricos.	83
Entrevistas.	83
Observaciones de clases.	83
Prueba de medición.	83
Conclusión de la categoría estrategia didáctica para la resolución de problemas geométricos.	84
Educación tradicional y mecánica.	84
Entrevistas.	84
Observaciones de clases.	84
Prueba de medición.	84
Conclusión de la categoría Educación tradicional y mecánica.....	85
Discusión de los resultados.	86
MODELACIÓN Y VALIDACIÓN DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA RESOLVER PROBLEMAS GEOMÉTRICOS.....	88
Modelación de la estrategia didáctica.....	88
Primer momento: Fundamentación de la estrategia didáctica para la resolución de problemas geométricos.	88
Fundamento socioeducativo.	90
Descripción geográfica, social y económica del contexto escolar.....	90
Nombres y ubicación de las Instituciones Educativas.....	91
Características de la Instituciones Educativas.....	91
Descripción del grado y nivel.....	92
Fundamento pedagógico.	93
Fundamento curricular.	95
Competencias, capacidades e indicadores.	96

Segundo momento: Estructura de aplicación de la estrategia didáctica.	98
Descripción de la estructura general de la estrategia didáctica.	100
Etapas de la estrategia didáctica.	100
Planificación del proceso enseñanza-aprendizaje de geometría.	100
Ejecución del proceso enseñanza-aprendizaje de geometría.	101
Acciones y procedimientos.	102
Tercer momento: Plan general de la propuesta.	103
Objetivo general de la estrategia didáctica.	103
Lineamientos para organizar las programaciones bimestrales y sesiones de aprendizaje propuestas en la estrategia didáctica.	103
Organización de la programación bimestral.	104
Organización de las sesiones de aprendizaje.	106
Fases de la resolución de problemas geométricos en el desarrollo de las sesiones de aprendizaje.	108
Validación de la estrategia didáctica.	110
Caracterización de los especialistas.	110
Valoración interna y externa.	111
Resultado de la valoración de los especialistas y conclusiones.	115
CONCLUSIONES.	116
RECOMENDACIONES.	118
REFERENCIAS.	119
ANEXOS.	122

INDICE DE TABLAS

Tabla 1. Total de participantes en la investigación.....	59
Tabla 2. Categoría central, categorías y sub categorías apriorísticas utilizados para la elaboración de los instrumentos.....	60
Tabla 3. Categorías apriorísticas y emergentes en la entrevistas.	64
Tabla 4. Categorías apriorísticas y emergentes en la observación de clase.	70
Tabla 5. Categorías apriorísticas y emergentes en la prueba de medición del nivel de razonamiento geométrico.....	76
Tabla 6. Nivel de razonamiento geométrico con niveles de progreso en estudiantes de la Red Coprodeli Pachacutec.....	78
Tabla 7. Nivel 1 de visualización y reconocimiento en estudiantes de la Red Coprodeli Pachacutec.....	79
Tabla 8. Nivel 2 de análisis en estudiantes de la Red Coprodeli Pachacutec.....	80
Tabla 9. Nivel 3 de deducción informal en estudiantes de la Red Coprodeli Pachacutec (Partes y propiedades de las figuras).	80
Tabla 10. Nivel 4 de deducción formal en estudiantes de la Red Coprodeli Pachacutec.....	81
Tabla 11. Instrumentos de investigación aplicados con sus categorías emergentes y apriorísticas confirmadas.	82
Tabla 12. Competencias, capacidades, conocimientos e indicadores propuestos según la sesión de aprendizaje.....	96
Tabla 13. Organización de una programación bimestral.	104
Tabla 14. Organización de las sesiones de aprendizaje propuestas.....	106
Tabla 15. Fases propuestas para la resolución de problemas.	108
Tabla 16. Expertos validadores en la estrategia didáctica.....	110

Tabla 17.Criterios para la validación interna.	112
Tabla 18.Resultados de la validación interna.	113
Tabla 19.Criterios para la validación externa.	113
Tabla 20.Resultados de la validación externa.	114
Tabla 21.Consolidado de resultados de la validación interna y externa por especialista.	114

INDICE DE FIGURAS

Figura 1.Niveles de razonamiento geométrico y fases de enseñanza-aprendizaje según el modelo Van Hiele.	42
Figura 2.Relación entre representaciones geométricas y expresiones algebraicas.	50
Figura 3.Un modelo gráfico de un proceso de modelización.	53
Figura 4.Estructura de la estrategia didáctica en la investigación.	99

RESUMEN

La investigación plantea el diseño de una estrategia didáctica para la resolución de problemas geométricos bidimensionales en estudiantes de Educación secundaria de Ventanilla Callao. Metodológicamente, la investigación corresponde al enfoque cualitativo educacional de tipo aplicada proyectiva. Se trabajó con una muestra intencionada (cuatro docentes y ciento treinta y cinco estudiantes pertenecientes a cuatro instituciones educativas). Se realizó una entrevista y observación de clases a los docentes y se aplicó una prueba de medición del nivel de razonamiento geométrico a los estudiantes. El diagnóstico evidencia que los docentes trabajan con modelos didácticos tradicionales, que propician el mecanicismo o la repetición en el uso de estrategias de resolución de problemas geométricos en los estudiantes. El aprender haciendo de John Dewey, las fases de la resolución de problemas de George Polya y los niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele alinean los procesos pedagógicos de los docentes y los cognitivos de los estudiantes, en cuya concepción, el marco teórico le da sustento científico a la estrategia didáctica. Así, el resultado más importante está en diseñar una estrategia didáctica que abarque actividades de enseñanza-aprendizaje que estimulen y desarrollen en los estudiantes la aplicación de la modelación matemática, el uso del álgebra en la geometría y las estrategias heurísticas de resolución de problemas geométricos. Por tanto, se concluye que el estudio tiene una configuración consistente, actual y enriquecedora en cuanto a la superación del problema y capacitación permanente a través de la estrategia didáctica.

Palabras clave: Investigación aplicada proyectiva – Niveles de razonamiento geométrico – Estrategias de resolución de problemas geométricos – Estrategia didáctica.

ABSTRACT

The investigation presents the design of a didactic strategy for solving two-dimensional geometry problems in high school students from Ventanilla Callao. Research methodologically corresponds to educational qualitative approach applied projective type. We worked with a purposive sample (four teachers and one hundred thirty five students from four schools). An interview and classroom observation of teachers was conducted and a test measuring the level of geometric reasoning was applied to students. Diagnosis evidence that teachers work with traditional teaching models that encourage mechanism repetition in solving strategies using geometric problems in students. "Learning by doing" by John Dewey, "The phases of problem solving" by George Polya, and "Levels of geometric reasoning" by Van Hiele, level teaching processes and students cognitive processes, framework which gives scientist support to this didactic strategy. Thus, the most important outcome is to design a didactics strategy that includes teaching and learning activities to encourage and develop in students the application of mathematical modeling, the use of algebra in geometry, and heuristic strategies of solving geometric problems. Therefore, it concludes that the study has a consistent, current configuration and enriching in terms of overcoming the problem and continuing education through the teaching strategy.

Keywords: Applied projective research - Levels of geometric reasoning – Solving Strategies geometric problems - Didactic strategy.

INTRODUCCIÓN

La Matemática actualmente es vista como una de las ciencias que goza de aceptación, ya que, aquellos que muestran un dominio matemático podrán desempeñarse en áreas que necesitan de la Matemática como herramienta para generalizar leyes y propiedades, que serán aplicadas y usadas por todos. Esto, debido a la exigencia y rigurosidad de sus procesos y argumentaciones.

Es indudable que los buenos estudiantes en matemática son vistos como personas capaces para desenvolverse en cualquier campo y con buenas perspectivas para su futuro desarrollo profesional. Sin embargo, para el común de los estudiantes, la Matemática sigue siendo una asignatura compleja, provista de un lenguaje incomprensible y de escasa significancia en su vida cotidiana.

Esta problemática se presenta en casi todas las instituciones educativas peruanas en menor o mayor grado. Siendo necesario plantear soluciones que provengan de los docentes de Matemática a partir de observar y evaluar su propia enseñanza. Esto implica entender los procesos psicológicos, cognitivos, metacognitivos y emocionales que ocurren en los estudiantes cuando aprenden Matemática, para determinar en qué medida intervenir con estrategias de enseñanza-aprendizaje adecuada para cada contexto escolar. De esta manera, se busca dar respuesta a la falta de aplicación de estrategias centradas en el estudiante que le permitan identificar los mejores objetivos de aprendizaje que le sirvan en su vida actual y futura.

Es indispensable utilizar al problema matemático como recurso de enseñanza-aprendizaje desde el contexto particular de los estudiantes para generar su interés por la Matemática y especialmente en la resolución de problemas geométricos desde un trabajo en equipo a partir de la relación con otros estudiantes, rescatando el valor de la interacción social en el aprendizaje.

En consecuencia, los estudiantes podrán elaborar y utilizar sus conocimientos matemáticos (declarativos, procedimentales y actitudinales-valorativos) para dar solución a la situación problemática planteada. Así mismo, desarrollar nuevas estrategias para resolver problemas que luego los estudiantes de segundo grado de Educación Secundaria aplicarán en sus interacciones diarias, ocasionando que su propio razonamiento se desarrolle por el efecto de las nuevas estrategias incorporadas.

En general, la estrategia didáctica elaborada parte del diagnóstico del nivel de desarrollo de la resolución de problemas geométricos, a partir de observaciones de clases, resultados académicos en el área de geometría, entrevistas y aplicación de prueba del nivel de razonamiento geométrico. También, propone la aplicación de estrategias orientadas a la adquisición y organización de conceptos como una de las herramientas principales en las primeras fases del proceso de resolución de problemas matemáticos, ya que, para dar solución a un problema es necesario un manejo adecuado de la información, de modo que permita entrelazar los conocimientos previos de los estudiantes con los nuevos conocimientos propios y de sus compañeros. Así, crear y fortalecer sus estructuras mentales que le permitan relacionar estos nuevos conocimientos con su entorno y contexto, dando lugar a la creación de maneras y formas de proponer soluciones a los problemas planteados.

Este estudio se formula dentro del Programa Académico de Maestría en Ciencias de la Educación Convenio Programa Nacional de Becas (PRONABEC) y en respuesta a las líneas de investigación propuestas por el Ministerio de Educación peruano. En este contexto, la línea de investigación en la que se encuentra el presente estudio, es proyectos de aprendizaje y desarrollo de competencias matemáticas para mejorar los logros de aprendizaje en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática.

Por otro lado, en el contexto internacional el desarrollo de los procesos de enseñanza-aprendizaje en Matemática hace posible, que una comunidad de estudiantes desarrolle capacidades que les permiten tener mejores oportunidades en los ámbitos académicos y laborales, ya que, las familias o los estados cada vez invierten más en mejorar sus sistemas educativos. Sin embargo, no es nuevo indicar que la enseñanza-aprendizaje Matemática ha estado marcada por la educación tradicional, que trae consigo una disociación entre lo que el estudiante espera de este proceso y lo que realmente se le enseña.

En el 2006, la organización para la cooperación y desarrollo económico (OCDE) citado por Valladares (2011), afirma que los estados cuyo sistema educativo desatiende el desarrollo de capacidades que permiten usar y aplicar los conocimientos en diferentes contextos, obtienen los más bajos rendimientos en la evaluación PISA. Esto, evidencia una enseñanza tradicional donde los estudiantes reproducen conocimientos sin sentido para ellos, y que no les sirve para enfrentar situaciones de la vida real.

En el contexto educativo nacional, los estudiantes en el área de Matemática no logran los aprendizajes requeridos para el nivel en que se encuentran. Esto, se corrobora por ejemplo con los resultados en Matemática de las evaluaciones PISA 2012, donde se ubica al 47 % de estudiantes peruanos por debajo del nivel 1 y a un 0 % en el nivel 6.

Basado en los párrafos anteriores, proponemos realizar una estrategia didáctica como organización de diversas acciones con fines educativos para lograr desarrollar mejores aprendizajes dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje de Matemática. En este sentido, nuestra propuesta permite al estudiante manejar conceptos, teoremas, axiomas, definiciones geométricas que luego usará para plantear adecuadamente la solución de un problema matemático. Así mismo, los docentes deberán profundizar saberes matemáticos necesarios para el manejo de conocimientos en áreas como la geometría, la trigonometría o la estadística y probabilidades.

En este sentido, el proyecto educativo local de Ventanilla al 2020, muestra que los estudiantes del nivel secundario obtienen bajos rendimientos académicos en Matemática. Esto, evidencia que los procesos metodológicos actuales no están centrados en un aprendizaje para la vida, que permitan consolidar conocimientos a largo plazo; sino muestran metodologías tradicionales centradas en clases modelos de tipo expositiva o mecánica, que imparte el docente centrado en la memorización de conocimientos que no son aplicados.

De esta manera, es necesario elaborar una estrategia didáctica donde el estudiante sea el centro del proceso enseñanza-aprendizaje y que todo lo que el resuelva gire en torno a sus necesidades y conocimientos que ya posee. Esto repercute en la resolución de problemas geométricos bidimensionales, que implica el uso de diversas herramientas y recursos que permiten el manejo de información necesaria para la construcción de estrategias, dando solución a los problemas planteados, siendo estos al final aplicados de forma adecuada y oportuna en su contexto diario según la exigencia del problema.

Por lo antes expuesto, se plantea la siguiente pregunta científica ¿Cómo desarrollar el proceso de resolución de problemas geométricos bidimensionales en estudiantes del segundo grado de Educación Secundaria en Ventanilla Callao?

A partir de esta pregunta científica, se identificó el objetivo general que es elaborar una estrategia didáctica para desarrollar la resolución de problemas geométricos bidimensionales en estudiantes de segundo grado de Educación Secundaria de Ventanilla Callao.

Esta pregunta científica principal, nos lleva a plantearnos otras preguntas necesarias en la presente investigación, estas son:

- √ ¿Qué fundamentos teóricos pedagógicos sustentarán la estrategia didáctica para el desarrollo del proceso de Resolución de Problemas Geométricos Bidimensionales en estudiantes de segundo grado de Educación Secundaria en Ventanilla Callao?
- √ ¿Cómo se encuentran actualmente el desarrollo del proceso de la Resolución de Problemas Geométricos Bidimensionales en estudiantes de segundo grado de Educación Secundaria en Ventanilla Callao?
- √ ¿Qué tipo de propuesta permitirá el desarrollo de la Resolución de Problemas Geométricos Bidimensionales?
- √ ¿Cómo evaluar la factibilidad de la Estrategia Didáctica para desarrollar la Resolución de Problemas Geométricos Bidimensionales?

De esta manera, estas preguntas nos exigen plantear tareas específicas para desarrollar y llevar a cabo el objetivo general, estas son:

- √ Fundamentar teóricamente la Estrategia Didáctica para desarrollar el proceso de Resolución de Problemas Geométricos Bidimensionales en los estudiantes de segundo grado de Educación Secundaria en Ventanilla Callao.
- √ Diagnosticar el estado actual del proceso de Resolución de Problemas Geométricos Bidimensionales en los estudiantes de segundo grado de Educación Secundaria en Ventanilla Callao.
- √ Diseñar la Estrategia Didáctica para desarrollar la Resolución de Problemas Geométricos Bidimensionales en los estudiantes de segundo grado de Educación Secundaria en Ventanilla Callao.
- √ Valorar la factibilidad de la Estrategia Didáctica para la Resolución de Problemas Geométricos Bidimensional mediante el método de validación de criterio de expertos.

En este sentido, diferentes investigadores a nivel internacional y nacional han estudiado y propuesto estrategias didácticas para la enseñanza de la geometría llegando a conclusiones importantes que tomaremos en cuenta según el interés de la presente investigación, los cuales representan los antecedentes de esta investigación.

En el campo de estudio de resolución de problemas matemáticos, encontramos estudios que van desde el análisis histórico (Boyer, Historia de la Matemática, 1986), (Cruz, La enseñanza de la Matemática a través de la resolución de problemas, 2006), (Moreno, Rubí & Pou, 2010) hasta propuestas de enseñanza y teorías que ayudan al quehacer docente (Lopes, 1996), (Dewey, 1946), (Rossi, 2003), (Santos, 2007), (Cruz, 2006), (Camargo, 2011), (Abdullah & Zakaria, 2013), (Aravena & Caamaño, 2013), (Lastra, 2005). Los estudios de estos investigadores, aportan de manera significativa en el desarrollo de esta tesis, ya que, nos muestran los avances que se han dado en el ámbito educativo y disciplinar de la resolución de problemas.

En el campo normativo, se analizan documentos que nos brindan una caracterización actual del proceso de resolución de problemas (OCDE, 2006), (Diseño curricular nacional, 2009), (Orientaciones para el trabajo pedagógico, 2010), (Nuevo marco curricular nacional, 2014), (Rutas de aprendizaje., 2015). Estos documentos, aportan el marco normativo desde el que se hacen sugerencias para contribuir al mejoramiento del estado inicial de los supuestos pedagógicos y curriculares a fin de consolidar una estructura curricular acorde a la complejidad de los estudiantes peruanos como al avance científico y tecnológico del país.

En el campo de los fundamentos teóricos, encontramos estudios que analizan el aspecto cognitivo que incide en la adquisición de aprendizajes en el área de geometría (Van Hiele, 1986) y (Jean Piaget, 1967). Así mismo, los estudios en los aspectos heurísticos de la resolución de problemas (George Polya, 1945), brinda un aspecto necesario para una Educación Matemática orientada al uso del razonamiento y el descubrimiento de estrategias de resolución novedosas en los estudiantes.

Por último, los estudios en el uso de estrategias de resolución de problemas (Sandoval, 2010), (Blomjoh, 2008) y (Guinjoan, Gutierrez & Fortuny 2015), aportan el uso de nuevas estrategias para el logro de aprendizajes en geometría.

Por otro lado, metodológicamente, esta investigación asumió el muestreo teórico o intencionado. Este tipo de muestreo, según Monje (2011) “aunque se inicie el muestreo mediante voluntarios... habitualmente se avanza hacia una estrategia de muestreo deliberado a lo largo del estudio, basándonos en las necesidades de información detectadas en los primeros resultados” (p. 130).

La Muestra, la conforman 135 estudiantes del segundo grado de Educación Secundaria de las instituciones educativas, San Martín de Pachacutec (38), San Juan Macías de Pachacutec (33), San Francisco Solano de Pachacutec (33) y Santa María Asunta al Cielo de Pachacutec (31) en Ventanilla Callao. A su vez, participan 4 docentes del área de geometría correspondientes a cada una de las instituciones mencionadas.

En esta investigación, las unidades de análisis son las siguientes: cuatro docentes del área de geometría del segundo grado de Educación Secundaria; 135 estudiantes del segundo grado de Educación Secundaria; documentos normativos del Ministerio de Educación Peruano; documentos institucionales, nacionales e internacionales; y literatura especializada del problema en investigación.

La categoría central asumida, en este estudio fue la resolución de problemas geométricos entendida como el proceso de elaborar y usar estrategias nuevas a partir de situaciones reales que serán matematizadas para identificar los datos e incógnita (s) y dar solución al problema planteado.

A partir de esto, se establecieron tres categorías provenientes de la categoría central, para el presente estudio. Estas son: la competencia matemática, que hace referencia a la demostración de capacidades matemáticas en docentes y estudiantes; las estrategias de enseñanza y aprendizaje en el área de geometría, que hace referencia a las actividades en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría; y los niveles de razonamiento geométrico, que hacen referencia a las habilidades que muestran los estudiantes en una progresión cuando aprenden geometría.

En términos metodológicos, la investigación tomó en cuenta el paradigma interpretativo-simbólico desde un enfoque constructivo, siendo el objeto de estudio el proceso de enseñanza-aprendizaje de la resolución de problemas geométricos bidimensionales, ya que, se asume a éste como complejo y emergente en el contexto educativo peruano.

Según Ruiz (1996), esta modalidad de investigación permite una comprensión global del contenido, entendido siempre en su totalidad y nunca como un fenómeno aislado o fragmentado. Así mismo, este diseño de investigación se caracteriza por la flexibilidad, siendo orientado bajo criterios basados en la experiencia previa, la bibliografía consultada, el saber y el sentido común.

En 1998, Eisner citado por Bisquerra (2004), precisa que la investigación educacional asume la metodología cualitativa, que supone la realización de estudios con los siguientes rasgos: son estudios intensivos a pequeña escala en la que el investigador asume una perspectiva holística, por lo que los resultados podrían ser subjetivos, para evitar esto se utiliza en la mayoría de los casos la triangulación como estrategia fundamental para la recogida y análisis de la información. Tienen una naturaleza interpretativa, ya que, lo fundamental es atribuir significado a la situación estudiada, siendo el proceso de recogida de información estrechamente ligado al proceso de su análisis.

Esta investigación presenta cuatro niveles (ver anexo 1). El primer nivel, tiene un carácter exploratorio-descriptivo usando características del método análisis-síntesis. En el caso de la investigación educacional, el interés se orienta a la determinación del sentido y la importancia pedagógica de los fenómenos educativos vividos cotidianamente. Así mismo, se utilizó características del método histórico-lógico, que permitió comprender la evolución y transformación del proceso de resolución de problemas matemáticos. Esto, permitió revelar aspectos fundamentales de las fases de la resolución de problemas que sirvieron para diseñar la presente estrategia didáctica.

El segundo nivel, corresponde al estudio teórico y de fundamentación de la estrategia didáctica propiamente dicha. En este nivel, se continuó utilizando características del método de análisis-síntesis y el de histórico-lógico.

El tercer nivel, corresponde al diseño de la estrategia didáctica en el cual se usarán características del método de abstracción e integración, ya que, ambos forman un par dialéctico que permiten la asimilación de la realidad en el pensamiento. Así mismo, la abstracción e integración son características del método de modelación, que se entiende como una reproducción simplificada de la realidad para el diseño de nuevas propuestas a partir de aquellas que han tenido y tienen éxito en contextos similares al del objeto de estudio.

Así mismo, en este tercer nivel se continuó usando el método de análisis-síntesis para consolidar conceptos y definiciones propias de la investigación, y el método histórico lógico para explicar y analizar el desarrollo del proceso de resolución de problemas matemáticos, como parte del proceso histórico del desarrollo de las Matemáticas.

Por último, el cuarto nivel de la investigación corresponde a la validación de la estrategia didáctica que propone la presente tesis, donde se usó el método de criterio de expertos, que comprende la elección de expertos conocedores de la situación problemática y además con experiencias exitosas en el desarrollo de estrategia que propicien el desarrollo de la resolución de problemas matemáticos.

Se puede precisar, que en una investigación cualitativa como lo sustenta Bisquerra (2004), la información obtenida de la etapa de diagnóstico es emergente y cambiante. Esta información se consolida cada vez que avanza el estudio y la comprensión del objeto de estudio. Esto, hace notar que el proceso de recojo de la información es flexible, ya que, el fenómeno estudiado es el proceso de enseñanza-aprendizaje. De esta manera, se usaron estrategias adecuadas de obtención de datos, de disponibilidad de tiempo y de acceso a los participantes en su mismo escenario de desenvolvimiento.

Como se indica en los párrafos anteriores, la presente investigación para el diseño de una estrategia didáctica consta de 4 niveles, cada una de ellas con sus respectivas técnicas, procedimientos e instrumentos, como características de los métodos de investigación ya mencionados, que se mencionan a continuación.

Según Monje (2011), en la entrevista semiestructurada o dirigida el entrevistador permite que el entrevistado se exprese con libertad a partir de una guía de temas para obtener la información requerida. Del mismo modo, las preguntas pueden tener repreguntas y la profundidad de estas también son determinadas por el desarrollo mismo de la entrevista y por decisión del entrevistador. Para esta investigación, se diseñaron doce preguntas, elaboradas a partir de la categoría competencia didáctica. Así mismo, se consideraron las subcategorías conocimiento del enfoque, la matematización de situaciones, la comunicación y representación de ideas matemáticas, la elaboración y uso de estrategias, el razonamiento y argumentación de ideas matemáticas, y por último, el conocimiento de otros enfoques matemáticos (ver anexo 2).

La observación no estructurada, según Cerda (1993) es abierta y sin estructuración de modo que permite conocer las realidades de las personas con mayor profundidad. En esta investigación, se diseñó una guía de observación a partir de la categoría estrategias de enseñanza-aprendizaje en el área de geometría, con la finalidad de guiar la observación de clase. Sin embargo, esto no limitó la necesidad de describir situaciones consideradas importantes para el investigador. Así mismo, se consideraron las subcategorías planificación de la sesión de aprendizaje, uso de estrategias metodológicas para el logro de aprendizaje, uso de materiales y recursos didácticos, dosificación del tiempo, y generación de un buen clima en el aula (ver anexo 3).

La prueba escrita de desarrollo para estudiantes, es un instrumento que a la vez que delimita los contenidos que se quiere averiguar, también permite al estudiante expresar todas las formas posibles de resolución ante las interrogantes planteadas. Además, permite conocer las características de cada estudiante en función a su estrategia de resolución, ya que, es una prueba de desarrollo. También, de acuerdo al requerimiento se puede pedir que no solamente coloquen las posibles respuestas correctas, sino también las justificaciones o fundamentos de por qué no es posible resolver ese problema planteado. En esta investigación, se diseñó una prueba de medición del nivel de razonamiento geométrico, a partir de la categoría niveles de razonamiento geométrico. Así mismo, se consideraron las subcategorías visualización y reconocimiento, análisis, deducción informal y deducción formal (ver anexo 4).

En conclusión, los instrumentos que se utilizaron en esta investigación fueron los documentos normativos peruanos, el registro de observación y ficha de entrevista, los registros de evaluación, los registros anecdóticos, guía de trabajo de los docentes y guía de propuestas exitosas, y prueba escrita para los estudiantes.

El análisis e interpretación de la información recogida, se realizó en tres momentos. En el primer momento, se redujo la información y se generaron las categorías emergentes, a partir de la transcripción, codificación y generación de las primeras conclusiones. En el segundo momento, se compararon, relacionaron y clasificaron las categorías emergentes para elaborar las conclusiones aproximativas. En el tercer momento, se realizó la triangulación metodológica, interpretación y discusión de los resultados. Este procedimiento, brindó información necesaria para el diseño de la estrategia didáctica.

Esta investigación educacional, se justifica porque corroborará la efectividad y factibilidad de la estrategia didáctica, ya que, los estudiantes podrán reconocer y utilizar estrategias de resolución novedosas a partir de su experiencia como resultado de la implementación de instrumentos, recursos y actividades necesarias para el desarrollo de la resolución de problemas geométricos bidimensionales. Esto, propiciará el reconocimiento de la situación problemática, el reconocimiento y uso de estrategias cognitivas y de resolución. Todo esto con miras a resolver problemas matemáticos desde sus correspondientes niveles de dificultad.

De la misma manera, los docentes podrán dominar mejor el bagaje de conocimientos requeridos para orientar los procesos de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, con el objetivo de dominar y aplicar los procesos para la resolución de problemas geométricos bidimensionales.

De una manera particular, el presente estudio lleva a conocer los niveles de desarrollo de la resolución de problemas geométricos bidimensionales alcanzados por los estudiantes de las instituciones educativas en estudio y que serán desarrollados a partir de la aplicación de la estrategia didáctica propuesta.

Por otro lado, la investigación pone a disposición de otros investigadores diferentes acciones propuestas en la estrategia didáctica para desarrollar la resolución de problemas geométricos. Esto, también permitirá conocer todo un procedimiento de investigación pertinente para obtener información a través de instrumentos validados y confiables. Siendo esta información medida, procesada e interpretada de manera adecuada, en lo referente a la resolución de problemas geométricos bidimensionales.

La presente estrategia didáctica fundamentada teóricamente, puede ser aprovechada para otras investigaciones similares, pero en otros contextos y niveles educativos donde se desarrolla el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría.

En conclusión, la estrategia didáctica proporciona un soporte metodológico que permite convertir esos momentos de frustración, temor y rechazo hacia las matemáticas, en espacios de trabajo en equipo, socialización asertiva entre compañeros, y de discusión eficaz que conlleva a acuerdos consensuados en la elección y uso de los procedimientos para resolver el problema matemático.

En definitiva, al conocer los resultados de esta investigación, los docentes tomarán acciones oportunas y educativas para aplicar la estrategia didáctica contenida en nuestra investigación y a la vez conocerán mejor los procedimientos metodológicos y didácticos que involucran resolver un problema de Matemática. Esto, sin dejar de orientar el desarrollo de actitudes que mejoren los niveles de resolución de problemas geométricos bidimensionales en estudiantes de Educación Secundaria.

Por último, la estructura de la tesis consta de una introducción, tres partes, conclusiones, recomendaciones, bibliografía y anexos.

La primera parte, contiene los fundamentos teóricos de la investigación, a través del análisis de los conceptos y relaciones que permiten fundamentar la investigación.

La segunda parte, explica los resultados obtenidos con el desarrollo de la investigación, entre los cuales se destacan, los resultados del diagnóstico.

La tercera parte, está referido a la modelación de la estrategia didáctica, para la solución del problema planteado. Así mismo, los resultados de la validación por el criterio de especialistas.

Además, se evidencia las conclusiones y recomendaciones de la investigación, las referencias bibliográficas y en páginas anexas se muestran los instrumentos empleados, y otros documentos que dan validez científica al trabajo desarrollado.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS GEOMÉTRICOS EN EDUCACIÓN SECUNDARIA

En esta primera parte de la tesis, se presentan los fundamentos teóricos en torno a la elaboración de una estrategia didáctica para resolver problemas geométricos. Este marco teórico, propone una mirada al proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en Educación Secundaria y su relación con los procesos internos y externos para plantear y resolver problemas con el objetivo de identificar las estrategias que siguen los estudiantes para encontrar soluciones. A su vez, brinda a los docentes procedimientos didácticos y metodológicos, que debe conocer y aplicar para fortalecer el uso de estrategias de solución de problemas que elaboran y usan los estudiantes. Estos procesos y relaciones están influenciados por aspectos psicológicos-emocionales y familiares que se describen con el objetivo de brindar un soporte metodológico ante situaciones y problemas de esta índole.

Estado actual de la Resolución de problemas Geométricos en estudiantes de segundo grado de Educación secundaria en Perú.

En la actualidad, la enseñanza de matemática asume el enfoque de resolución de problemas, el mismo que propone desarrollar en el estudiante el pensamiento lógico matemático de manera consciente y reflexiva a partir de situaciones problemática vinculada a su entorno sociocultural y asume al estudiante como el centro del proceso de enseñanza-aprendizaje y constructor de sus propios aprendizajes. A su vez, le otorga al docente un rol de mediador de la gestión escolar del conocimiento. Esto, nos orienta a realizar un análisis del proceso de resolución de problemas desde su ámbito netamente disciplinar matemático para luego llevar este análisis al desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje, lo que permitirá fundamentar la presente estrategia didáctica.

De esta manera, se hace necesario identificar, qué se entiende por problema matemático o geométrico. Tener un problema en términos científicos, implica que no es conocida la forma de cómo resolverlo inicialmente, es decir, que su solución no responderá a procedimientos netamente rutinarios, conocidos o ya modelados por el que enseña. Sin duda alguna, en el ámbito escolar, no se entiende muy bien esta definición de problema ya que la mayoría de situaciones planteadas son rutinarias que se pueden resolver siguiendo los mismos procedimientos usados anteriormente en ejemplos modelados por el profesor.

Es por ello, que se corrobora la necesidad de entender y enseñar a resolver problemas en términos científicos, de modo que se contribuya al desarrollo de un pensamiento matemático reflexivo, crítico e innovador en estudiantes de Educación Secundaria.

En este sentido, es necesario hacer un análisis del proceso histórico de la resolución de problemas matemáticos para encontrar las coincidencias en las diferentes etapas de la Matemática, su enseñanza y el estado actual de este proceso para el desarrollo del pensamiento lógico matemático.

Breve análisis histórico de la Resolución de Problemas Matemáticos.

Desde las primeras sociedades, el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática no ha sido ajeno a los procesos de evolución y al constante interés de mejorar las condiciones de vida del grupo de personas pertenecientes a estas sociedades. Este proceso ha sido parte de los constantes cambios históricos y científicos debido a la naturaleza abstracta y formal de la Matemática. Sin embargo, debido a la necesidad de hacer que la Matemática como ciencia sea más cercana al común de las personas y se entienda como parte del proceso de desarrollo personal, surgen manifestaciones en las grandes culturas que han propuesto diversas estrategias para plantear y resolver situaciones inicialmente cotidianas y de la vida práctica que luego se convirtieron en grandes y famosos algoritmos que mostraban la parte más disciplinar y formal del campo de la Matemática.

Las primeras contribuciones al método de resolver de problemas matemáticos.

Existen evidencias de que civilizaciones como la Babilónica, la China y la Egipcia enseñaban matemáticas y cada una de ellas poseía procedimientos para resolver problemas matemáticos. Por ejemplo, en el famoso Papiro de Rhin se exponen algunos problemas matemáticos destinados a la enseñanza de los jóvenes y se propone la forma de resolverlos teniendo como característica fundamental que cada procedimiento se basa en el anterior o en uno de los datos facilitados al comienzo (Boyer, 1986). Estas civilizaciones evidenciaban el uso de procedimientos para llegar a una correcta solución que más adelante se convertirían en una regla básica para la resolución de problemas.

Por otra parte en 1987, Schoenfeld citado por Cruz (2006) plantea que el filósofo griego Sócrates aisló la noción de resolver problemas de modo que pudo estudiarlo con mayor detenimiento. Desde la perspectiva de Sócrates resolver un problema es cuestión de recordar, esto lo hace notar uno de sus grandes discípulos como lo fue Platón en su dialogo Menon o de la virtud, en el que Sócrates hace una serie de preguntas capciosas ante un *problema geométrico*, con el cual conduce a Menon a la resolución del problema. En este método socrático se usa el dialogo y sobre todo la interrogación para persuadir y disuadir con el objetivo de dirigir el tema hacia el descubrimiento de problemas y muy probablemente sus soluciones.

En la antigüedad, se entendía la Geometría como la Matemática de aquellos tiempos, por ejemplo cuando Platón creó su “Academia” para ingresar y aprender a filosofar se debía primero saber Matemática. Posteriormente a los trabajos de Platón, surge la “heurística” como una ciencia mal definida en la que se exponían los métodos geométricos más no sus detalles y tenía como objeto de estudio las reglas y procedimientos de descubrimiento o invención. En este contexto, aparece el matemático griego Pappus que concibe la génesis actual para el concepto de “heurística” a través de la aplicación del análisis, que lo concibe de dos tipos, el de los problemas de demostración para determinar teoremas y el de los problemas por resolver para determinar la incógnita.

En este sentido, los métodos heurísticos de Arquímedes permitían intuir la respuesta a muchos problemas, ya que, concebía que las propiedades de las figuras geométricas eran inherentes por naturaleza a estas, lo que hay que hacer es descubrirlas a través de la simetría que existe entre estas figuras. De esta manera, “el uso sistemático de esta simetría, junto a la combinación de razonamientos físico-matemáticos con sumas infinitas, constituye la esencia heurística de su método” (Cruz, 2006, p. 13)

En consecuencia, debemos entender que la resolución de problemas matemáticos exige el desarrollo paulatino de capacidades humanas en nuestros estudiantes, evidenciándose este desarrollo desde las primeras civilizaciones y pensadores matemáticos.

El aporte de René Descartes.

Pasaron muchos siglos desde las primeras culturas en la antigüedad y los filósofos griegos hasta que, durante la edad media aparece uno de los grandes matemáticos, filósofo y físico, llamado René Descartes. Este gran matemático, trasciende de manera especial debido a la publicación de dos de sus grandes obras, “discurso del método” y “reglas para la dirección del espíritu” donde aplica el método inductivo-deductivo. En la segunda obra mencionada, se describe los procedimientos para emprender la solución de un problema (Cruz, 2006). Estas reglas estaban organizadas en tres fases:

- reducir cualquier problema algebraico a la resolución de una ecuación simple;
- reducir cualquier problema matemático a un problema algebraico; y
- reducir cualquier problema a un problema matemático.

Según Descartes citado por Cruz (2006), su método es una forma de avanzar en la búsqueda de verdad en el que a partir de las evidencias más simples se puede llegar a los razonamientos más complejos, convirtiéndose en un método netamente inductivo-deductivo. Para Descartes, la manera de llegar a la verdad era a través del método, es decir, los errores en los conocimientos eran producto de una reflexión desordenada y sin método que dan como verdadero aquello que es necesario justificar.

En este sentido, los supuestos para empezar a resolver un problema deben estar previamente verificados por la experiencia y la razón. Esto a su vez, impedirá el paso de los prejuicios, la educación previa, la impaciencia o las pasiones que se encuentra en las mentes de las personas.

En conclusión, se le atribuye a Descartes el establecimiento de las bases iniciales para la búsqueda de los métodos de resolución de problemas, que luego fueron consideradas en los trabajos de otros grandes físico matemáticos (D'Ambrosio 2007, citado por Moreno, Rubí & Pou 2010).

Otras contribuciones a la resolución de problemas.

Complementando esta búsqueda de métodos para resolver problemas, aparece en el siglo XVII otro gran filósofo y matemático llamado G. W. Leibniz quien creó junto con otro gran personaje Isaac Newton, el cálculo infinitesimal. El método de Leibniz, consistía en analizar términos complejos en función de términos simples, es decir, un término dado lo expresaba en sus partes formales para poder definirlo, una vez definido volvía a realizar el mismo procedimiento de modo que llegaba a un punto de términos simples o indefinibles. Estos términos simples o indefinibles, les aplicaba las operaciones básicas para luego simbolizarlos matemáticamente. En este momento, era posible encontrar relaciones o combinaciones entre los símbolos que permitiría demostrar las verdades ya conocidas e incluso verdades nuevas. De esta manera, Leibniz usa el método Lógico-Deductivo del descubrimiento (Cruz, 2006).

Así mismo, en el siglo XVIII aparece Leonhard Euler que a diferencia de Descartes y Leibniz propuso una Educación heurística manifestada en su praxis pedagógica. Euler prefería instruir a sus estudiantes utilizando los descubrimientos por analogías. A esta metodología, se le llamó Inducción Euleriana. Sin embargo, desde el punto de vista lógico las razones de Euler no estaban justificadas ya que sus descubrimientos no podían ser demostrados.

Por último, en los inicios del siglo XX H. Poincaré, matemático francés, destaca cuatro fases para resolver un problema. Estas son, la saturación o actividad consiente para trabajar el problema hasta donde sea posible, la incubación o el subconsciente que trabaja, la inspiración o la idea que surge repentinamente, y la verificación o chequear la respuesta hasta asegurarse de su veracidad.

En conclusión, se puede evidenciar que a lo largo de la historia los físicos matemáticos mencionados se han preocupado por proponer procedimientos para resolver adecuadamente un problema matemático. Esta preocupación no ha alcanzado al ámbito pedagógico sino hasta inicios del siglo XX, donde investigadores preocupados por la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos proponen procedimientos básicamente formales que intentan fijar la atención del estudiante en el enunciado del problema y su correcta lectura, el encontrar los datos suficientes y la propuesta, y la comprobación de la respuesta.

Sin embargo, esta exigencia formal del procedimiento condujo a una mecanización en la enseñanza matemática que se tradujo en datos, operación, respuesta y comprobación. En este sentido, es necesario el análisis serio del problema matemático y de las formas de resolverlo que es justamente lo que nos mueve a realizar esta investigación. De esta manera, se plantean procesos, métodos y actividades adecuadas que le permitirán a los docentes de geometría elaborar situaciones de aprendizaje acorde a las exigencias que conlleva una propuesta innovadora para desarrollar la resolución de problemas geométricos en los estudiantes del 2do grado de Educación Secundaria.

Por lo tanto, nuestra propuesta pretende convertirse en una herramienta de enseñanza de la geometría a través de la resolución de problemas que profundice y haga uso correcto de los métodos para resolver problemas matemáticos a través del diseño de actividades retadoras y sobre todo desde la experiencia y contexto de los estudiantes.

Proceso de resolución de problemas en torno a la enseñanza-aprendizaje de la Matemática.

Acabamos de resaltar, la necesidad de profundizar las investigaciones en torno a la enseñanza-aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos. De esta manera, se presentan fundamentos teóricos donde se analiza el problema matemático desde el ámbito educativo. A partir de estos supuestos teóricos, se pueden proponer procedimientos y estrategias para el logro de la competencia matemática en los estudiantes.

John Dewey y su concepción de resolución de problemas.

En 1925, John Dewey citado por Lopés (1996), manifiesta que “el aprendizaje se hace a partir del pensamiento. El problema aparece como un aspecto central para delimitar el objetivo del pensamiento quien conduce el aprendizaje” (p. 49). Esta afirmación pone en primer plano al problema como propiciador de experiencias de aprendizaje a través de actividades que conduzcan a la resolución de los problemas planteados. De esta manera, es necesaria la experiencia previa del sujeto que va a solucionar el problema, ya que, en caso contrario podrían surgir soluciones falsas o incorrectas. Es necesario, plantear estos elementos en el contexto del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en estudiantes de segundo grado de Educación secundaria.

Así mismo, Dewey (1946) pone de realce el “aprender haciendo” como una las situaciones fundamentales que la institución educativa debe propiciar. Es decir, realza el valor de la experiencia como la realización de actividades con sentido y como una forma de adquirir conciencia de lo que está sucediendo. En otras palabras, Dewey nos indica que el aprender por experiencia es la relación que existe entre lo que nosotros hacemos y las consecuencias que se derivan de este quehacer pudiendo ser experiencias agradables o desagradables.

Es por ello, la importancia de proponer tareas y actividades de aprendizaje que exijan a los estudiantes a usar las experiencias que poseen y a propiciar experiencias que se relacionen con estas, lográndose un aprendizaje duradero. Esto implica el uso de materiales concretos y conocidos por los estudiantes, de modo que su uso y manipulación no se convierta en un obstáculo para la concreción de la tarea o actividad de aprendizaje.

Del mismo modo, el planteamiento de situaciones problemáticas que partan del contexto real de los estudiantes posibilita la concretización de actividades mucho más específicas dando posibilidad a todos los estudiantes de dividir o seccionar el problema planteado en subproblemas de fácil resolución para resolver el problema general planteado. De esta manera, la aplicación de la presente estrategia didáctica permitirá a los estudiantes identificar las partes del problema planteado a partir de situaciones concretas que el docente ha diseñado con la guía indicada. De este modo, los estudiantes al tener un contacto directo con material concreto y actividades vivenciales tendrán un mejor entendimiento de la situación problemática para plantearse una o más posibilidades de resolución.

Para John Dewey, la Educación es sinónimo de crecimiento y desarrollo de capacidades colocando a la “experiencia” como instrumento del desarrollo de estas capacidades. Dewey, propone una Educación centrada en los intereses del educando, el uso de materiales, actividades recreativas y contacto con situaciones de la vida real. En este sentido, nos dice que se debe aprender haciendo, es decir, que el saber de los libros debe estar subordinado a la experiencia real (Rossi, 2003).

Estas ideas son fundamentos centrales para el desarrollo de la presente propuesta didáctica, ya que, a través de acciones previstas que diseñara el docente del área de geometría se realizará el papel de la experiencia previa del estudiante siendo ésta un insumo para el desarrollo de aprendizajes posteriores. El aprender haciendo, es una forma de lograr desempeños que evidencien el aprendizaje duradero y que permite la aplicación de los saberes en forma efectiva en contextos propios y reales de los estudiantes.

George Polya y el método didáctico en la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos.

En 1945, George Polya citado por Santos (2007) realizó estudios sobre la resolución de problemas matemáticos. Este teórico, nos muestra la innecesaria utilidad de las pruebas matemáticas, ya que, indica que su uso y consecuencias tienen muy poco que ver con los procesos de resolución de problemas y la actividad matemática que esta exige. De esta manera, Santos pone en evidencia que las formalidades que envuelven a un problema matemático no permiten ver la variedad de métodos heurísticos que subyacen a la su solución del problema.

Esta problemática, es la que se ha convertido en obstáculo para el acercamiento natural de los estudiantes hacia el aprendizaje de la Matemática, debido por un lado a la centralidad de los métodos o procedimientos en programas curriculares escolares desfasados que priorizan el aspecto formal y disciplinar de la matemática a una enseñanza más inductiva y centrada en los estudiantes. Por otro lado, los docentes no han logrado entender la importancia que tiene las estrategias heurísticas en la resolución de problemas como proceso de descubrimiento a partir de la experiencia de los propios estudiantes para generar oportunidades de propuestas de situaciones problemáticas de su mismo contexto. A su vez, esta priorización en los métodos formales para resolver problemas genera mecanicismo y memorismo en los estudiantes debido principalmente a la frustración de no entender las situaciones planteadas y al temor de desaprobación en el curso de Matemática.

De este modo, Polya discute el potencial de los métodos heurísticos como por ejemplo descomponer el problema en subproblemas de modo que se permitieran ir resolviendo mediante algoritmos menos complicados para finalmente organizarlos e interrelacionarlos y llegar a la solución del problema general. Cruz (2006), explica el tratamiento que propone Polya al proceso de la Resolución de Problemas en cuatro fases, estas son:

- ✓ Comprensión o entendimiento del problema: Aquí se ubican las estrategias que ayudarán a representar y entender las condiciones del problema. Podría también recurrirse a dibujar una gráfica o un diagrama y darle una simbología adecuada.

Esta etapa es la más importante, ya que, implica desarrollar la habilidad de decodificar los enunciados en símbolos matemáticos que generalmente son expresados en textos. Además, su importancia en esta investigación recae en que es la etapa en la que se ubica el problema científico formulado, es decir, es esta etapa la que los estudiantes no logran superarla, de modo que se logre una adecuada resolución de un problema matemático; por el contrario, al no identificar bien el problema propuesto se tiende a forzar muchas estrategias de desarrollo del problema, llevando a los estudiantes a una posible mecanización del proceso que a su vez les impide volver a retomarlo con entusiasmo y motivación.

- ✓ Concepción o diseño de un plan: Santos (2007) nos recomienda pensar en problemas conocidos, modelados por el docente o resueltos en textos educativos de modo que tengan una estructura similar al problema propuesto.

Esta etapa es importante en la investigación, ya que, se pone de manifiesto la necesidad de desarrollar la capacidad de relación, entre situaciones similares a la del problema propuesto, notándose semejanzas o diferencias entre características particulares, palabras o ideas comunes, propiedades, etc.

- ✓ Ejecución del plan: Esta etapa hace referencia a la necesidad de monitorear la resolución del problema, una forma es resolver problemas de forma diferente y contrastar la solución obtenida.

Aquí la guía y orientación docente es importante ya permitirá reorientar situaciones que se estén saliendo de los objetivos previstos en la sesión de aprendizaje.

- ✓ Visión retrospectiva: Aquí se pone de manifiesto la necesidad de comprobar los resultados obtenidos haciendo uso también de las llamadas demostración o argumentaciones matemáticas.

Esta etapa ayuda también a mirar retrospectivamente todo el proceso de la resolución de problemas y a plantearnos interrogantes sobre si podría haberse resuelto de otra manera; de este modo el estudiante es capaz de volver a realizar la resolución del problemas mirando aspectos que dejó de lado en un primer intento.

El aporte de Polya en las investigaciones y trabajo pedagógico ha sido importante en los últimos años; del mismo modo es importante para la presente investigación como fundamento pedagógico que se plasma en la propuesta de procedimientos graduales a partir de una exploración de los saberes de los estudiantes para complementar sus conocimientos en el uso de herramientas manuales, escritas o digitales para el desarrollo de las clases en el área de Geometría. Esto a su vez, permite el inicio del análisis de la situación problemática planteada para que a continuación se siga con el uso de estrategias como matematizar, representar, comunicar, elaborar y finalmente se pueda resolver y comprobar el problema planteado.

Desarrollo del pensamiento geométrico según Jean Piaget.

Una de las personalidades que ha contribuido con sus estudios a la enseñanza de la geometría es Jean Piaget. A partir de sus trabajos otros investigadores han profundizado el estudio acerca del desarrollo del pensamiento geométrico. De esta manera en 1967, Piaget e Inhelder citado por Camargo (2011), plantearon dos hipótesis acerca de cómo los niños representan el espacio, llevando a cabo experimentos en los cuales se proponían tareas geométricas que los llevaron a suponer que los niños no lograban construir una representación mental del espacio, es decir, no lograban conceptualizarlo, a pesar de desarrollar una percepción del espacio que los rodea en el periodo sensorio motor desde temprana edad.

Estas dos hipótesis son la constructivista, que plantea que para lograr una representación mental del espacio es necesario organizar progresivamente las acciones motoras y mentales. Mientras que la hipótesis topológica, le da énfasis a un orden más lógico que histórico, en el desarrollo de las ideas geométricas. Estos investigadores, afirman que los niños una vez desarrolladas las ideas topológicas avanzan a la construcción de relaciones de tipo proyectivas y luego euclideas.

Con respecto a la idea de “diferenciación de figuras geométricas”, Piaget e Inhelder (1967), encontraron que los niños diferenciaban figuras geométricas con propiedades inicialmente topológicas como la idea de cerradura, continuidad y conectividad. Por otro lado, con respecto a la idea de “representación de figuras geométricas”, estos investigadores indicaban que los niños al dibujar privilegiaban características de tipo topológicas, de la misma forma que en tareas de discriminación. Sin embargo, en otros estudios se realizaron los mismos experimentos y no se pudo confirmar la relevancia de estas propiedades topológicas.

En este sentido, con respecto a la idea de “construcción de sistemas de referencia para comparar figuras”, los investigadores concluyeron que la capacidad para construir un complejo sistema de puntos de vista o de referencias propiciaba el éxito en el establecimiento de relaciones proyectivas y euclideas, siendo capaz de inhibir aquellos distractores que se presentarán en la tarea geométrica. Otros estudios posteriores relacionados con el uso de sistemas de referencia, indican que estos no tienen una relación directa con las propiedades topológicas, proyectivas y euclideas.

Por último, con respecto a la idea del “desarrollo de la habilidad de justificar”, los investigadores concluyen que los niños de 7-8 años (primer nivel) al ser egocéntricos no intentan justificar sus conclusiones y tampoco les interesa hacerlas entendible a los demás. A esta edad, los niños no sean capaces de sistematizar sus pensamientos o de dirigirlos a juicios sucesivos, es decir, no son conscientes de sus pensamientos. A sí mismo, los niños de 7-8 años a 11-12 años (segundo nivel) utilizan la inducción empírica para llegar a conclusiones, usan la información para predecir el resultado o no de una exploración sin llegar a establecer una formulación general de la experiencia, debido a que sus razonamientos están basados en gran medida en sus creencias como producto de la exploración, y no en hechos geométricos generales. Por último, los niños de 11-12 años en adelante (tercer nivel) utilizan la inducción y establecen hechos geométricos generales buscando justificarlos por vías deductivas para llegar a un razonamiento puramente deductivo en las que no cuentan con evidencias empíricas.

Camargo (2011), concluye que en el nivel uno el pensamiento no es lógico, en el nivel dos es lógico pero restringido a la inducción empírica y en el tercer nivel se logra las deducciones lógicas ya que los estudiantes logran tomar consciencia de su razonamiento ajustándolo al sistema matemático estudiado.

Para Piaget, cuando los niños son capaces de confrontar sus razonamientos con el de los demás, logran una evolución en sus justificaciones como resultado del ejercicio de sus argumentaciones. Esto, los hace más conscientes para que asuman la perspectiva del otro y muestren una actitud de introspección.

De esta manera, observamos que el trabajo de Piaget e Inhelder ha contribuido a diferentes investigaciones que vienen hasta el momento proponiendo formas de cómo debería de ser la formación y desarrollo del pensamiento geométrico en los niños, adolescentes y adultos.

Los términos como relaciones topológicas, proyectivas y euclideas deben ser profundizados para identificar el verdadero potencial que tienen los estudiantes en términos de razonamiento geométrico y que deberían ser desarrollados en un entorno escolar que genere actividades de aprendizaje orientados al logro y consolidación de este tipo de razonamiento.

Niveles de Razonamiento Geométrico según Van Hiele.

Uno de los modelos en el que el trabajo de Piaget ha influido notoriamente es el de los esposos Pierre y Dina Van Hiele. Abdullah & Zakaria (2013), explica el modelo de cinco niveles propuesto por los Van Hiele (1986), y describe cómo los niños y adolescentes aprenden geometría. Estos niveles son producto de la experiencia y la instrucción, pasando por la visualización, el análisis, la deducción informal, la deducción formal y el rigor.

De acuerdo con el primer nivel de visualización, los estudiantes reconocen visualmente formas y figuras en su aspecto global. Por ejemplo, los estudiantes reconocen triángulos, cuadrados, paralelogramos por su forma, pero no identifican de forma explícita las propiedades de estas figuras. En el segundo nivel de análisis, los estudiantes comienzan el análisis de las propiedades de las figuras y aprenden la terminología técnica apropiada para describirlas, pero no interrelacionan sus propiedades. En el tercer nivel de deducción informal, los estudiantes pueden identificar la relación entre las clases de figuras y descubrir las propiedades de las clases de figuras por sencilla lógica deducción. Por ejemplo, un cuadrado se considera un rectángulo porque tiene todas las propiedades de un rectángulo. En el cuarto nivel de deducción formal, los estudiantes pueden apreciar el significado y la importancia de la deducción y el papel de los postulados, teoremas y demostraciones. Finalmente el quinto nivel del modelo Van Hiele es el rigor. En este nivel los estudiantes llegan a entender cómo trabajar en un sistema axiomático y son capaces de hacer deducciones abstractas.

Los cinco niveles de razonamiento geométrico corresponden a un aspecto *descriptivo* del modelo Van Hiele, ya que explica cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico en los estudiantes y como poder ayudarlos a mejorar la calidad de su razonamiento. Además, los niveles de razonamiento geométrico definidos como estadios del desarrollo de las capacidades cognitivas del estudiante, no están directamente ligados al crecimiento o la edad. Aquí, los Van Hiele asumen una perspectiva constructivista, donde resaltan el rol activo del estudiante como constructor de su aprendizaje y del proceso de enseñanza-aprendizaje como promotor del desarrollo del razonamiento geométrico, el cual se acerca más a la mirada sociocultural de Vigotsky que de Piaget quien supone que el progreso del razonamiento geométrico permite la mejora de los procesos de aprendizaje (Camargo, 2011).

Abdullah & Zakaria (2013), en su investigación realizada en Malaysia, plantean que los estudiantes secundarios solo pueden llegar hasta el nivel tres de deducción informal. Mientras que Aravena & Caamaño (2013), en su investigación realizada con estudiantes secundarios chilenos, consideran que en este nivel de estudios se puede llegar a alcanzar hasta el nivel cuarto de razonamiento geométrico de deducción formal. Esto, plantea la interrogante de hasta qué nivel de razonamiento geométrico pueden lograr los estudiantes del segundo grado de Educación Secundaria en Ventanilla Callao, que se encuentran aproximadamente entre los 11 y 12 años de edad. Para ello es necesario tener una concepción clara de estos cinco niveles de razonamiento geométrico y establecer un juicio para ubicar a los estudiantes de la investigación en alguno de los niveles de razonamiento geométrico.

En respuesta a esta interrogante, en la presente investigación se asume que los estudiantes del segundo año de Educación Secundaria pueden mostrar logros hasta el cuarto nivel de razonamiento geométrico de deducción formal. Esto debido principalmente, al desarrollo del área geometría a partir de las propuestas del Ministerio de Educación Peruano plasmado en los textos escolares del área y las propuestas curriculares metodológicas y de planificación. Es así, que las situaciones problemáticas planteadas en estos textos y que los estudiantes vienen desarrollando en los últimos años exigen un razonamiento deductivo formal con uso de propiedades expresadas y aplicadas de manera demostrativa de acuerdo al área. Esto a su vez, tiene concordancia con los procedimientos y juicios seguidos por Aravena & Caamaño (2013) para plantear los niveles de razonamiento geométricos en estudiantes de los segundos años medios de la Educación Secundaria de establecimientos municipalizados de la Región del Maule en Chile.

En conclusión, el modelo de razonamiento geométrico de los Van Hiele, propone una concepción acorde y coherente con el desarrollo gradual de los procesos cognitivos en los estudiantes del segundo año de Educación Secundaria para el desarrollo de su pensamiento geométrico. A su vez, permite identificar los tipos de procedimientos, situaciones y problemas acorde al desarrollo de cada nivel. Así mismo, es necesario, “se trabajen problemas ... donde se considera la visualización, la intuición geométrica, la formulación de hipótesis, análisis de propiedades, de regularidades y formulación de conjeturas para avanzar hacia una comprensión y sentido de los procesos de demostración” (Aravena & Caamaño, 2013, p. 174).

En definitiva, el diseño de pruebas de medición del nivel de razonamiento geométrico, permiten identificar las estrategias que utilizan los estudiantes al resolver problemas geométricos y ubicarlos en un nivel determinado. Siendo necesario analizar las respuestas de cada ítem propuesto e identificar los atributos que corresponden a cada nivel de razonamiento geométrico.

Fases de enseñanza en el área Geometría según Van Hiele.

En concordancia con lo expuesto en los párrafos anteriores, el modelo Van Hiele en su aspecto *prescriptivo* propone cinco fases a seguir en las actividades de enseñanza-aprendizaje como guía para el docente en su quehacer pedagógico y que le permiten detectar el avance progresivo del razonamiento geométrico por medio de estas cinco fases. Estas fases son: Interrogación o discernimiento; orientación dirigida; explicitación; orientación libre e integración.

Es así que, en la primera fase de interrogación o discernimiento, el docente de geometría puede diagnosticar lo que los estudiantes saben sobre los contenidos que se tratarán en clase. Aquí los estudiantes entran en contacto con el objetivo propuesto de la clase. En la segunda fase de orientación dirigida, el docente guía a los estudiantes al descubrimiento de elementos suficientes y necesarios para ir pasando de un nivel de razonamiento a otro. En la tercera fase de explicitación, los estudiantes consolidan conscientemente su vocabulario y las características y propiedades de las figuras geométricas aprendidas. En la cuarta fase de orientación libre, los estudiantes afianzan sus conocimientos básicos y las actividades que le permitirán resolver situaciones nuevas. Por último, en la quinta fase de integración el estudiante es capaz de establecer relaciones entre conceptos y propiedades de las figuras geométricas. Esto consolida el aprendizaje de conocimientos nuevos.

Lastra (2005), nos propone estructurar el currículo escolar del área de geometría en función a la estructura del modelo Van Hiele, es decir, “los contenidos geométricos han de ser tratados cíclicamente en niveles de complejidad creciente” (p. 25), esto permite un tratamiento distinto en cada nivel de razonamiento geométrico y a su vez explica cómo ocurre la evolución de este razonamiento posibilitando el apoyo a los estudiantes en sus logros de aprendizajes.



Figura 1. Niveles de razonamiento geométrico y fases de enseñanza-aprendizaje según el modelo Van Hiele.
Fuente: Elaboración propia.

La figura 1, nos ayuda a entender el progreso y evolución del razonamiento geométrico a través de las fases de enseñanza-aprendizaje propuesta en el modelo Van Hiele. Este modelo prevé que los estudiantes podrían avanzar de un nivel de razonamiento geométrico a otro sin haber pasado por uno anterior, ya sea por el estilo de aprendizaje o la estrategia de resolución usada de manera particular o colectiva. Sin embargo, para avanzar de un nivel de razonamiento geométrico a otro, es necesario pasar por las cinco fases de enseñanza según el modelo Van Hiele.

En este sentido, “resulta de interés cambiar los métodos tradicionales de enseñanza, especialmente en la formación inicial de profesores, fomentando la resolución de problemas con una, varias o ninguna solución, utilizar metodologías más eficientes como son, por ejemplo, los procesos de modelización” (Aravena & Caamaño, 2013, p. 174). De esta manera, los docentes que se encargan del desarrollo de clases de geometría, deben tener en cuenta el uso de estrategias específicas del área que permiten un mayor desarrollo del pensamiento geométrico. Es así que, se proponen estrategias algebraicas, la modelización matemática y heurísticas en la solución de problemas geométricos

En consecuencia, la enseñanza en el área de Geometría debe pasar de modelos tradicionales a propuestas que garanticen el desarrollo del pensamiento geométrico, donde se especifique y fundamente los procesos o fases, que los docentes deben organizar durante el desarrollo de sus sesiones de aprendizaje.

Análisis de documentos normativos en Educación Secundaria del sistema educativo peruano para la resolución de problemas.

En la década de los ochentas, el concejo nacional de profesores de matemáticas en Estados Unidos (NTCM por sus siglas en inglés), recomendó que el objetivo principal de la enseñanza matemática sea la Resolución de Problemas. Esto, a partir de un análisis crítico de la enseñanza matemática en ese país. Esto produjo un cambio curricular en los planes de estudio y todos los aspectos que involucraban el compromiso de desarrollar el pensamiento matemático a partir de la Resolución de Problemas. Esta preocupación la han tenido todos los países de la región y debido a ello han venido probando e implementando fórmulas curriculares para ir salvando las brechas en términos educativos que nos separan de los países que presentan un nivel de enseñanza-aprendizaje más desarrollado. De esta manera, se analiza la concepción actual del proceso de resolución de problemas Matemáticos, la competencia matemática y el enfoque de resolución de problemas desde los documentos normativos vigentes en el sistema educativo peruano como fundamento educativo que todo docente debe conocer y aplicarlo óptimamente.

La resolución de problemas se ha convertido en un campo de investigación que ha venido tomando fuerza en las últimas décadas, principalmente por la importancia que tiene en el desarrollo de competencias matemáticas y para la vida. Es así que, diferentes documentos internacionales como nacionales resaltan su valor y recomiendan el desarrollo de la resolución de problemas para el logro de la competencia matemática (OCDE, 2006; Ministerio de Educación del Perú, 2014).

El Diseño Curricular Nacional (DCN) 2009, es el documento normativo que fundamenta las competencias básicas a lograr en los estudiantes a lo largo de su desarrollo hasta concluir su Educación Básica Regular y que responde al Proyecto Educativo Nacional 2021 (PEN). Este documento orienta el desarrollo del pensamiento matemático y el razonamiento lógico del estudiante en el área curricular de Matemática, con el fin de desarrollar capacidades que requieren plantear y resolver con actitud analítica los problemas de su contexto y de la realidad. Ser competente matemáticamente tiene que ver con la aplicación y uso correcto de los conocimientos aprendidos en diferentes contextos reales, desarrollando así nuevos conocimientos propios del estudiante como también las capacidades y actitudes matemáticas necesarias para el uso del pensamiento matemático y del razonamiento lógico.

Por otro lado, los procesos a partir de los cuales se logra el desarrollo de competencias matemáticas son la comunicación matemática, el razonamiento y demostración y la resolución de problemas matemáticos, siendo este último un proceso transversal que permite resolver problemas en contextos reales o matemáticos, para aplicar y adaptar estrategias en diferentes contextos reflexionando sobre los resultados (DCN, 2009). Aquí es importante, señalar el uso interdisciplinar de la Matemática ya que se pueden plantear y resolver problemas que posibilitan la interacción con las demás áreas curriculares, que a su vez desarrollan otras capacidades y posibilitan la conexión de las ideas matemáticas con intereses y experiencias del estudiante.

Debemos señalar que todos los conocimientos matemáticos se distribuyen en tres organizadores que son: números, relaciones y funciones; geometría y medida; y estadística y probabilidad. A su vez, el desarrollo curricular y metodológico del área de Matemática responde al enfoque centrado en la resolución de problemas o enfoque problémico. Este enfoque, permite el logro de capacidades y por ende el logro de las competencias matemáticas propuestas en el actual Diseño curricular.

En el mes de marzo del año 2015, el estado peruano emitió la Resolución Ministerial N°199 en el que adicionaba al Diseño Curricular Nacional indicadores de desempeño y modifica las competencias y capacidades para las diversas áreas en los tres niveles de la Educación Básica Regular. De esta manera, para el área Matemática quedo definido cuatro competencias: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad; regularidad, equivalencia y cambio; forma, movimiento y localización; y gestión de datos e incertidumbre. Cada una de estas competencias se desarrollan y consolidan a través de cuatro capacidades matemáticas: Matematiza situaciones; comunica y representa ideas matemáticas; elabora y usa estrategias; y razona y argumenta generando ideas matemáticas.

Nuestro sistema curricular actual propone en primer lugar al Nuevo Marco Curricular Nacional, que responde a la pregunta ¿para qué enseñar? En este marco curricular, se encuentran los ocho aprendizajes fundamentales que todas las instituciones educativas deben priorizar y desarrollar, y en el que el aprendizaje fundamental Construir y usar la Matemática en y para, la vida cotidiana, el trabajo, la Ciencia y la Tecnología, hace referencia al área de Matemática y de ciencias.

A su vez, define la competencia como un “aprendizaje complejo que implica la transferencia y combinación pertinente de saberes o capacidades humanas muy diversas para modificar una circunstancia y lograr un determinado propósito en un contexto particular” (Ministerio de Educación del Perú, 2014, p. 14). Es interesante, el uso del término de aprendizaje complejo como sinónimo de competencia, entendiéndose que el lograr aprendizajes complejos conllevara al desarrollo del pensamiento complejo como principal herramienta para los contextos actuales de desarrollo tecnológico y de globalización.

Es necesario subrayar que el nuevo marco curricular se encuentra en una fase de consulta. Sin embargo, esto no significa que lo esencial de sus fundamentos sean cambiados, por el contrario lo que se espera es que sean más específicos y desarrollados de manera que se conviertan en fundamentos funcionales para todo docente de la Educación Básica Regular. Por ejemplo, la definición de competencia está indicando claramente la necesidad del uso de los saberes aprendidos previamente en las aulas para lograr un propósito en un contexto particular del estudiante.

En segundo lugar, se encuentran los Mapas de Progreso, que responde a la pregunta ¿Qué enseñar? En estos mapas de progreso, se encuentran los estándares nacionales de aprendizaje durante toda la Educación Básica Regular. Los mapas de progreso, se convierten en la primera propuesta educativa a nivel nacional en el que se presentan estándares educativos graduados en 7 niveles que regulan la progresión de los aprendizajes y que permite a todos los docentes saber cuál es el saber mínimo necesario para que el estudiante pueda seguir avanzando al siguiente nivel y no tenga dificultades en el nivel correspondiente.

A su vez, cada estándar tiene desempeños de aprendizaje que identifican las tareas necesarias que el estudiante debe realizar para evidenciar los aprendizajes esperados. En concordancia, los mapas de progreso se basan en un enfoque de competencias, las cuales se desarrollan a lo largo del tiempo.

Por último, tenemos las Rutas de Aprendizaje que responde a la pregunta de ¿Cómo enseñar? En estas rutas, se encuentran las metodologías y herramientas de apoyo a la labor docente para el logro de aprendizajes de acuerdo al área curricular. Estas Rutas de Aprendizaje, son herramientas pedagógicas de apoyo a la labor del docente en el logro de los aprendizajes.

Las rutas de aprendizaje contienen el enfoque, las competencias, las capacidades y sus respectivos indicadores, los estándares a alcanzar al término de cada ciclo, así como orientaciones pedagógicas y sugerencias didácticas. En la versión 2015 de las rutas de aprendizaje se definen las cuatro capacidades matemáticas a desarrollar en los estudiantes, que a su vez, estas fueron incorporadas en el diseño curricular nacional a través de la modificatoria que se le hizo en marzo de ese mismo año. El Desarrollo de estas capacidades conlleva el logro de las competencias propuestas según los organizadores del área que son números, relaciones y funciones; geometría y medida, y estadística y probabilidades.

El actual sistema curricular viene siendo reformulado; sin embargo, será el que reglamente el currículo educativo en los siguientes años, tomándose entonces como punto de partida para todas aquellas propuestas curriculares regionales, locales e institucionales, que se convierten en una necesidad en el contexto educativo peruano multicultural y multilingüístico. Es así que, son los gobiernos regionales, locales e instituciones educativas que deben encargarse de formular o reformular currículos que reflejen las necesidades de los estudiantes de su región y a la vez sean coherentes con las nuevas propuestas curriculares orientadas sobre todo a la consolidación de competencias básicas que garanticen estudiantes competentes en una sociedad globalizada.

En consecuencia, el docente de Matemática que utiliza la presente estrategia didáctica, debe conocer el adecuado conocimiento de los fundamentos de cada uno de los organizadores matemáticos; de modo que, no solo pueda proponer acciones en función de estos fundamentos, sino llegar a lograr que los estudiantes cumplan las formalidades que exigen cada uno de los organizadores a estudiar.

Así mismo, esta investigación se centra en el uso eficiente de los procesos de visualización y modelación, que implican el desarrollo de los niveles de razonamiento geométrico para el aprendizaje de la Geometría. Es por ello que, la estrategia didáctica pretende desarrollar técnicas que permitan la adquisición de los procesos de visualización, comunicación, dibujo, argumentación y modelación sin dejar de lado el desarrollo de actitudes en los estudiantes, su motivación, su grado de implicación en los procesos de aprendizaje, el uso social de sus conocimientos y su potencial investigador.

Competencia Matemática Resolución de Problemas.

La Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) 2006, plantea que la competencia matemática en un individuo corresponde a la capacidad de entender el papel que cumplen las matemáticas en su vida cotidiana, permitiéndole realizar juicios fundamentados e involucrarse con las matemáticas.

Los estudiantes, que poseen la competencia matemática, son aquellos que desarrollan las capacidades de razonamiento, análisis y comunicación de operaciones matemáticas, y muestran también la capacidad de utilizar el razonamiento para resolver problemas de la vida diaria.

Existen tres grados de complejidad que el estudiante debe realizar para el logro de la competencia matemática. El primero es la *reproducción* donde se trabaja con operaciones comunes, cálculos simples y problemas propios del entorno inmediato y la rutina cotidiana. El segundo es la *conexión* que involucran ideas y procedimientos matemáticos para la solución de problemas que ya no pueden definirse como ordinarios pero que aún incluyen escenarios familiares; además involucran la elaboración de modelos para la solución de problemas. Y por último, la *reflexión* que implican la solución de problemas complejos y el desarrollo de una aproximación matemática original.

Para lograr esta competencia matemática, los estudiantes deben problematizar a partir de situaciones cercanas a su entorno logrando matematizar y conceptualizar, y luego representar simbólicamente sus ideas o constructos logrados a partir del acercamiento con su experiencia y actividades de aprendizaje que le han exigido llegar a este nivel de desarrollo. En suma, el estudiante es capaz de comunicar estas primeras representaciones simbólicas, que le permitirán elaborar formas o procedimientos de sus posibles soluciones a algún problema planteado, para ser capaz de comprobar y demostrar sus soluciones aplicando procedimientos más formales a los del inicio de este proceso.

La competencia matemática según Pisa (2015), se define como “la capacidad del individuo de formular, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos” (Ministerio de Educación del Perú, 2015, p. 7). Estos tres procesos mencionados implican la capacidad de resolver problemas. Así mismo, se destaca la importancia de realizar estos procesos en contextos diversos y a la vez particulares a los estudiantes.

Enfoque de Resolución de Problemas en Geometría.

Resolver un problema matemático significa estar consciente de la situación o contexto donde se propone o recrea el problema, esto a su vez, implica que el estudiante deberá realizar actividades que le exijan usar capacidades y dominios de tipo cognitivo, para la adquisición y organización de los conocimientos; de tipo procedimental, para la elección y uso de estrategias y herramientas como gráficos, diagramas o inclusive representaciones verbales o corporales; y de tipo actitudinal, para desarrollar interrelaciones amicales que le permitan interactuar e intercambiar opiniones e ideas que sirvan al proceso de resolución del problema matemático en lo cotidiano.

Además, la versión 2015 de las rutas de aprendizaje del Ministerio de Educación nos dice que el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, asume el enfoque centrado en resolución de problemas o enfoque problémico como marco pedagógico para el desarrollo de las competencias y capacidades matemáticas, por dos razones:

- La Resolución de situaciones problemáticas es la actividad central de la Matemática.
- Es el medio principal para establecer relaciones de funcionalidad matemática con la realidad cotidiana.

Este enfoque surge de constatar que todo lo que aprendemos no se integra del mismo modo en nuestro conocimiento matemático. A su vez, supone cambios pedagógicos y metodológicos muy significativos, pero sobre todo rompe con la tradicional manera de entender cómo es que se aprende la matemática.

El proceso de resolución de problemas implica un proceso complejo que moviliza conocimientos para el logro de aprendizajes superiores. Desde el punto de vista del enfoque, la resolución de problemas orienta la enseñanza matemática hacia el actuar y pensar matemáticamente, a través de fases y procesos que la diferencian de otras disciplinas (Ministerio de Educación del Perú, 2015). Así mismo, propone desarrollar el pensamiento lógico matemático de manera consciente y reflexiva a partir de situaciones problemáticas vinculadas a su cultura local y vida cotidiana.

En conclusión, es necesario desarrollar la resolución de problemas matemáticos para lograr las competencias matemáticas en los estudiantes.

Estrategias de resolución de problemas geométricos.

Monereo, Castello, Palma, Clariana, & Pérez (2006), refiere que cuando un estudiante es capaz de amoldar su comportamiento a las exigencias de la tarea o problema que le demanda esfuerzo cognitivo y procedural, se puede afirmar que está usando una estrategia para aprender. Aquí, el autor se refiere al ajuste del comportamiento como necesidad de poseer un conocimiento conceptual y a la vez procedimental que permitirá al estudiante el cumplimiento de la actividad, es decir, un estudiante que usa una estrategia de aprendizaje, es capaz de demostrar acción en función a las exigencias de las tareas o a la propuesta de solución que tiene en mente.

De esta manera, el uso de estrategias para resolver problemas geométricos por parte de los estudiantes es diverso. Esto se debe principalmente al modelo que utiliza el docente, es decir, a las estrategias que usa al momento de resolver problemas planteados y para ejemplificar la tarea a desarrollar por los estudiantes. Estos modelos son principalmente de tipo algebraicos por la necesidad de plantear ecuaciones de primer grado, para luego aplicar propiedades aritméticas y llegar a encontrar el valor de la variable buscada. Así mismo, las estrategias de resolución de tipo visual y gráfico, siguen un procedimiento similar al algebraico, en el que los estudiantes intentan representar de manera gráfica los datos e ideas planteadas en el problema a resolver. Estos gráficos permiten una visión detallada para dividir el problema en subproblemas, de modo que, se puedan ir resolviendo aplicando procedimientos menos complejos. Así mismo, permiten una visión global para poder generalizar los resultados parciales y finalmente dar la solución al problema geométrico general.

El documento de Orientaciones para el trabajo pedagógico en el área de Matemática (2010), OTPM en adelante, proporciona una serie de estrategias de aprendizaje en el área de Matemática como el uso del álgebra, la modelación y la heurística. Estas estrategias deben ser contextualizadas y aplicadas teniendo claro los objetivos de aprendizaje. Es decir, el uso de estas estrategias debería lograr que los estudiantes construyan y diseñen sus propias formas de resolver problemas. Esto a su vez, logrará que los estudiantes desarrollen su autoaprendizaje y se conviertan en personas que crean y utilizan estrategias en diversos contextos reales.

Estrategia algebraica de resolución de problemas geométricos.

En concordancia con lo anterior, Sandoval (2010) refiere la relación entre la geometría y el álgebra a través de la lógica-matemática y la espacial. Donde la geometría cumple un papel de comunicación mientras que el álgebra se coloca en el centro de la actividad matemática para permitir la resolución de problemas geométricos planteados y resueltos en forma de expresiones algebraicas.

La geometría y específicamente la construcción experimental, gráfica, recreativa y reflexiva de figuras geométricas, constituye la mejor forma de aprender matemática. En este sentido, la geometría brinda la oportunidad de desarrollar procesos cognitivos como comparación, análisis-síntesis, predicción, imaginación-creación, inducción-deducción. A partir de aquí, el estudiante puede encontrar las relaciones existentes entre las figuras geométricas y convertirse en un excelente solucionador de problemas geométricos.

El uso de las expresiones algebraicas, le permite al estudiante acceder al mundo de las representaciones geométricas y viceversa. Es decir, el uso de letras y números conlleva la simbolización de situaciones problemáticas a través de la aplicación de conceptos como los polinomios, funciones, ecuaciones y otras expresiones algebraicas.



Figura 2. Relación entre representaciones geométricas y expresiones algebraicas.
Fuente: Adaptado de Sandoval (2010).

La figura 2, muestra cómo las expresiones algebraicas sirven de medio de comunicación entre lo conocido por el estudiante a partir de sus experiencias de aprendizaje y las representaciones geométricas que más tarde generalizará. Esta simbolización a través del álgebra, permite al estudiante establecer relaciones entre características y propiedades de las figuras geométricas logrando resolver problemas geométricos complejos.

Según Godino (2003), cuando los problemas se expresan en lenguaje algebraico se producen nuevos problemas que permiten visualizar la estructura de la modelización matemática para obtener su posterior solución. De esta manera, este tipo de modelización algebraica permite analizar, generalizar y justificar las soluciones halladas.

Es indudable que el uso de expresiones algebraicas es de mucha utilidad en la resolución de problemas geométricos al momento de plantear estrategias de solución, ya que, permite simbolizar elementos, características y propiedades presentes en las figuras geométricas. Sin embargo, el uso exclusivo de esta estrategia limita y puede llegar a mecanizar el proceso de resolución de problemas geométricos. Es decir, cuando los estudiantes tienden a simbolizar una situación, sin antes poder usar otras estrategias que complementan el razonamiento geométrico como la visualización y el trazado de figuras.

Esta visualización y trazado de figuras, son aspectos esenciales para la legitimación de las demostraciones geométricas gráficas. Las estrategias visuales y gráficas, permiten la fácil comprensión de conceptos, procedimientos y demostraciones mediante el uso del dibujo y de materiales concretos de uso común. A su vez, pueden potenciar el desarrollo del pensamiento inductivo en situaciones susceptibles de ser generalizadas. La visualización y trazado de figuras, también permiten el uso de la modelización matemática como formas de representar situaciones problemáticas reales que necesitan ser matematizadas para su posterior solución.

La modelización matemática y resolución de problemas de la realidad.

En referencia a lo anterior, Blomhoj (2008) describe al modelo matemático como la relación que existe entre los conocimientos matemáticos al igual que sus conexiones y la situación o fenómeno real a primera vista no matemática. Esto es, que cuando existe una aplicación de la Matemática, existe ya algún tipo de modelo matemático involucrado. A su vez, para que los estudiantes logren comprender las conexiones entre los conceptos matemáticos y experimenten con el modelo matemático, es necesario que perciban al fenómeno real y al modelo matemático como dos entes separados pero a la vez interrelacionados. Esto último, es el núcleo del aprendizaje de las matemáticas que dependiendo de la comprensión de relaciones descritas, tanto por el docente de matemática como por los estudiantes que aprenden matemática, la modelización matemática se convierte en un potencial de aprendizaje o en contra parte en dificultad o problema de aprendizaje.

Para crear y usar un modelo matemático es necesario pasar un proceso que Blomhoj (2008) describe en seis pasos:

- ✓ Formulación del problema a partir de una actividad que permita identificar las características del fenómeno real a ser modelizado.
- ✓ Sistematización a partir de la selección de las situaciones y objetos reales, al igual que sus relaciones, que son del dominio del estudiante y de lo investigado para idealizarlos y hacer posible la representación matemática.
- ✓ Traducción de las situaciones y objetos reales, al igual que sus relaciones, al lenguaje matemático. Se desarrolla el proceso de matematización.
- ✓ Aplicación de procedimientos matemáticos para encontrar soluciones y conclusiones matemáticas.
- ✓ Interpretación de las soluciones y conclusiones matemáticas.
- ✓ Evaluación del modelo a partir de datos, teoría o experiencia personal para su validación.

Este proceso de modelización no es un proceso lineal necesariamente, sino debe ser entendido como un proceso cíclico donde el modelo se va redefiniendo continuamente a partir de las reflexiones de la misma situación o fenómeno real, según el interés de lo investigado.

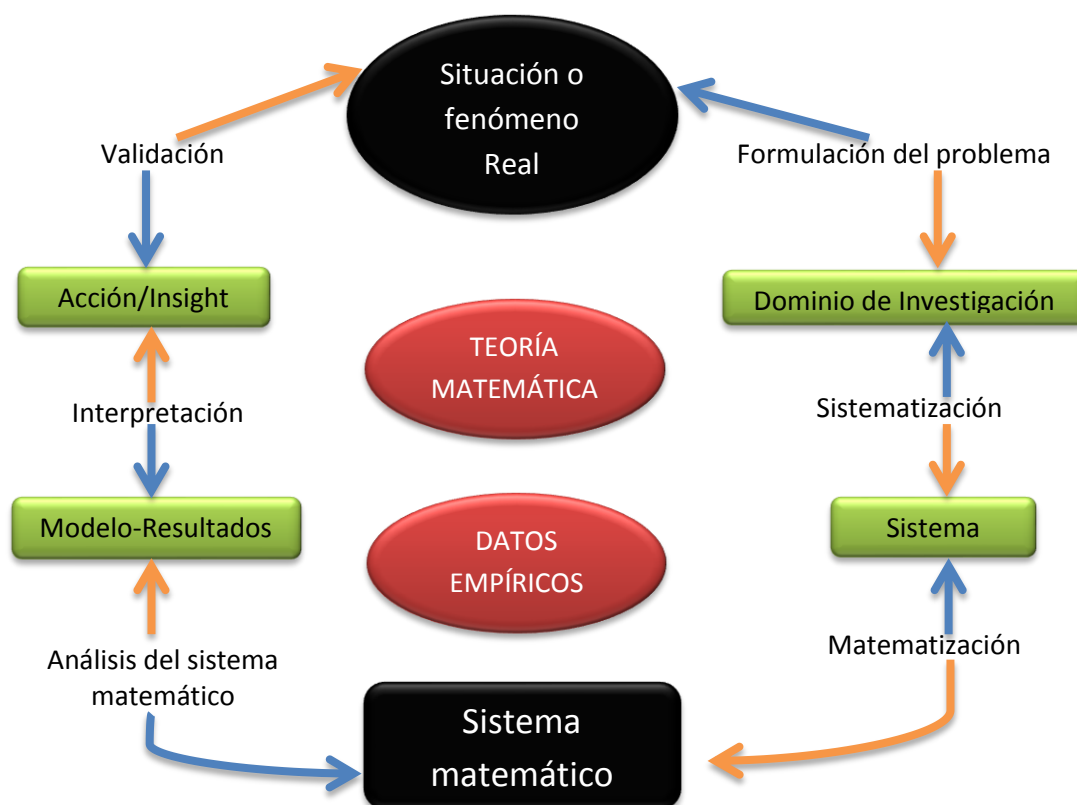


Figura 3. Un modelo gráfico de un proceso de modelización.
Fuente: Tomado de Blomhoj (2008)

En la figura 3 Blomhoj (2008), refiere que la teoría matemática y los datos empíricos son la base para el proceso de modelización. Los conocimientos teóricos son fundamentales para determinar la validez del modelo matemático. Los datos son usados para la sistematización y matematización, y eventualmente para la validación del modelo. Sin embargo, estos deben ser recogidos como parte del proceso de modelización.

Así mismo, en la formulación del problema se identifica a este a través de preguntas orientadoras que predecirían la solución al problema aunque estas cuestiones podrían cambiar de acuerdo al dominio de la investigación. En el proceso de sistematización se identifican los mecanismos que regulan los elementos que intervienen en la situación real inicial.

La matematización conduce a plantear un sistema matemático consistente en una proporcionalidad, una función lineal o una correspondencia. El análisis de este sistema matemático proporciona ideas y parámetros al modelo produciendo resultados en forma de cálculos expresados en una tabla o gráfico estadístico. Como ya se dijo antes, estos resultados pueden ser interpretados y validados a partir de los datos empíricos o experiencias.

Por último, esta validación cuestiona los supuestos iniciales, los datos usados y cómo el modelo es capaz de ser usado en otras situaciones con características similares.

Esta propuesta de modelización matemática podría no ajustarse a una situación de enseñanza específica ni percibirse como un camino ideal para desentrañar la problemática de una situación real. Sin embargo, puede ser usada para describir una situación de la vida real teniendo al contexto como potenciador de la situación de enseñanza. Es necesario, trabajar con los diferentes tipos de modelización en contextos diversos que garanticen una mayor fidelidad en las representaciones matemáticas de las situaciones reales estudiadas.

En este sentido la OTPM (2010), nos propone cuatro modelos matemáticos que pueden ser desarrollados en la enseñanza de la Matemática.

- ✓ Modelo cuantitativo basado en el mundo de los números: El uso del número no solo en aspectos cuantitativos sino también cualitativos es primordial cuando se desarrollan conceptos como la idea del cero o las escalas de temperatura. Aquí, lo que interesa es no definir estrictamente alguna idea previa sino darle valor y sentido primero para luego definirlo correctamente. Este método posibilita desarrollar las capacidades de identificar, establecer, formular, representar y transformar.
- ✓ Modelo simbólico: La simbología, patrones y reglas en la matemática se vuelve esencial ya que el pasar de un pensamiento concreto a uno más abstracto permite representar y relacionar las ideas matemáticas en nuestras estructuras cognitivas sin necesidad de algo concreto. Aquí, se desarrollan las capacidades de representar, aplicar, demostrar, formular y establecer.
- ✓ Modelo de representación y descripción de la realidad: Aquí, se parte de la idea que todas las cosas existentes se pueden representar a través de formas y relaciones geométricas que tienen gran representación simbólica. Las relaciones geométricas se pueden expresar mediante símbolos y números y viceversa. Por ejemplo, los sistemas de coordenadas es un medio para relacionar los números con una representación en el plano o espacio geométrico. Aquí se desarrollan las capacidades de reconocer, identificar, comparar, clasificar, visualizar y representar.

- ✓ Modelo de comparación y cuantificación de las magnitudes (medida): El estudio de la medición es importante no solo por su aplicación en otros campos de la ciencia, sino también por sus aplicaciones prácticas y utilidad de la Matemática, como por ejemplo en el arte, deportes, cocina, ciencia, comercio, compras, lectura de mapas, etc.

Los modelos descritos pueden convertirse en una herramienta didáctica para los docentes de Matemática que intentan responder y explicar por qué muchos estudiantes no logran un acercamiento oportuno y sin ningún rasgo de frustración o miedo hacia las Matemáticas. En este sentido Trigueros (2009), resalta la importancia de las actividades conceptuales y su diseño, ya que, muchas veces es difícil para los docentes encontrar actividades que favorezcan al proceso de modelación. Así mismo, la situación problemática debe ser planteado con términos claros y entendibles para el estudiante, sin dejar de lado, la profundización de los conceptos matemáticos. Cuando los estudiantes tienen los conceptos geométricos y entienden el problema son capaces de asumir el compromiso de la solución al problema planteado y de querer seguir aprendiendo nuevos conocimientos matemáticos.

La heurística en la enseñanza-aprendizaje de la Matemática.

Consiste en un conjunto de formas, caminos, modos, medios, técnicas o procedimientos para llegar al descubrimiento o la invención. Es decir, es usado necesaria y coherentemente en el proceso de resolución de problemas que implica seguir fases o etapas claras en las que se utilizan estrategia como la representación gráfica numérica, la representación en cuadro cartesiano, la representación gráfico simbólica, la representación sagital y representación gráfica, el empezar desde atrás, la simplificación, la analogía, el parte todo y, el ensayo y error (Ministerio de Educación del Perú, 2010).

Lo descrito en el párrafo anterior, demuestra que la enseñanza de diversas estrategias y técnicas de resolución logra más y mejores estudiantes capaces de resolver mejor las situaciones problemáticas. En este sentido, la habilidad para resolver problemas se obtiene adquiriendo familiaridad con la mayor cantidad de estrategias de resolución llamadas heurísticas (García, 1992). Es decir, convertirse en buen resolutor no se logra resolviendo la mayor cantidad de problemas, sino conociendo y usando correctamente estrategias y técnicas según la exigencia de la situación problemática. De esta manera, existen diversas técnicas que se pueden añadir a las ya mencionadas, como el resolver primero uno más sencillo, hacer tablas, buscar pautas y jugando con cerillos. Estas estrategias, utilizan la particularización de las situaciones en una específica para luego seguir con la generalización hacia todas las demás situaciones y lograr resolver el problema planteado. Así mismo, se pueden combinar estas estrategias cuando la situación problemática lo requiera.

En 1996, Puig citado por Guinjoan, Gutierrez, & Fortuny (2015), hace la diferencia entre *sugerencia heurística* y *herramienta heurística*. En la primera se usa la analogía para encontrar un problema similar, con el mismo objetivo de resolución donde se podría utilizar figuras auxiliares. En la segunda se logra transformar la situación inicial a resolver teniendo un potencial heurístico importante. La diferencia entre ambos procedimientos es la posibilidad de transformar el problema inicial o no. Es decir, mientras que es válido encontrar caminos o formas de resolución similares a otros que ya fueron resueltos porque buscan encontrar la misma incógnita, es importante resaltar aquellos procesos en los que se tiene que transformar los datos iniciales para encontrar nuevas formas de resolución no resultas en situaciones anteriores.

Análisis del estado psicológico-emocional e influencia familiar en el proceso de enseñanza-aprendizaje de geometría.

Acabamos de explicar y fundamentar las actividades y procesos mentales que los estudiantes realizan para elaborar y elegir las estrategias de resolución de problemas geométricos. En los que definitivamente se acentúa el uso de la dimensión cognitiva seguida de la procedimental. Estas dimensiones son necesarias ser desarrolladas e inclusive fundamentales en el desarrollo de las capacidades matemáticas.

Sin embargo, la influencia de la dimensión psicológica-emocional y la influencia que tiene la familia en el aprendizaje de Matemática son también primordiales, sobre todo en un contexto como en el que se desenvuelven los estudiantes de segundo grado de secundaria de las instituciones educativas estudiadas, en el que su ubicación en zonas urbano marginales, los convierte en estudiantes propensos a falencias como ausencia de padres por trabajo, poco o nulo apoyo académico después de clases, pandillaje, padres jóvenes, enfermedades por falta de una nutrición adecuada, y si nos referimos al ámbito escolar encontramos dificultades como desmotivación en el área de Matemática, muchas veces ocasionada por la frustración de no poder realizar ejercicios propuestos por los docentes, y desinterés por el trabajo en el aula.

A su vez, en una de las instituciones educativas estudiadas referidas se ha presentado estudiantes con signos de depresión u otro trastorno emocional que los llevan a plantearse la idea de suicidio o daño a su cuerpo por algún objeto físico. Lo último expresado corresponde a los resultados del diagnóstico que se detallan en el siguiente apartado de la presente investigación.

Es indudable que para avanzar en el desarrollo de la comprensión de la emocionalidad y la enseñanza matemática es necesario definir algunos elementos presentes en esta relación. En este sentido, Gómez-Chacón (2002) considera que la cognición y la emoción interactúan permanentemente. Esto influye en las situaciones de aprendizaje, ya que, lo que el estudiante sienta se considera tan importante como lo que este pensando. De esta manera, es importante conocer y estudiar el dominio afectivo de los estudiantes, ya que, determinan actitudes favorables o desfavorables hacia las Matemáticas. Esta dimensión afectiva es producto de las experiencias previas de los estudiantes, en la que intervienen diferentes factores como la escuela, la familia o los medios de comunicación.

Así mismo, las emociones son el resultado de las experiencias que se han guardado en nuestros esquemas conscientes y en aquellas que no han sido resueltas se guardarán en el subconsciente.

En 1945, Dewey refiere que las experiencias son sólo de dos tipos, agradables y desagradables. Las personas tienden a preservar y repetir las agradables y a olvidar o reprimir las desagradables. Cuando las personas sienten las emociones, normalmente están relacionando el objeto, sujeto o situación que lo está activando en la actualidad con la emoción guardada en nuestro inconsciente. Esto ocurre desde las primeras edades y va aumentando con el crecimiento ya que las experiencias aumentan.

De esta manera, el aprendizaje a través de la experiencia es muy significativo. Según Gil, Blanco & Guerrero (2005), la experiencia provoca diferentes reacciones emocionales cuando el estudiante aprende Matemática. Así mismo, influye en la formación de creencias que tienen relación directa con el comportamiento en situaciones de aprendizaje. Gómez-Chacón (2002), indica que las creencias tienen una fuerte carga afectiva en relación a uno mismo y la Educación Matemática. Estas creencias incluyen al autoconcepto, la confianza y la atribución de éxito o fracaso escolar.

En una investigación entre la inteligencia emocional y el rendimiento académico en Matemática, llevada a cabo con estudiantes de cuarto y quinto de secundaria en una de las instituciones educativas en estudio, se encontró que existe una correlación muy alta en el autoconcepto y el rendimiento académico en Matemática. Esto indicaba, que los estudiantes que se aceptan, están contentos con su manera de ser y se sienten plenos consigo mismos presentarán un mayor rendimiento académico en Matemática (Palomino, 2010).

El párrafo anterior, corrobora la necesidad de dar importancia al aspecto emocional de los estudiantes, ya que, cuando ellos se sienten frustrados porque no entienden la explicación del docente o no logran resolver exitosamente los ejercicios o problemas matemáticos, no logran asimilar a la estructura cognitiva los nuevos saberes.

ESTADO ACTUAL DE LA SITUACIÓN DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS GEOMÉTRICOS Y LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA

En esta segunda parte de la tesis se desarrolla la etapa de diagnóstico situacional y actual del objeto de estudio. Esta etapa se inició con la caracterización de los estudiantes a los que se les aplicó una prueba para medir el nivel de razonamiento geométrico y los docentes a los que se les aplicó la entrevista y observación de clase. A continuación, se realizó el procesamiento de los datos hallados y el procesamiento de esta información que sirvió para reafirmar y encontrar nuevas relaciones entre las categorías formuladas al inicio de la investigación. Por último, se realizó la triangulación metodológica y la discusión de resultados que permitió llegar a conclusiones que han servido para diseñar la presente estrategia didáctica.

Participantes, instrumentos y procedimientos empleados en el estudio.

Participantes.

Para el estudio exploratorio de la investigación se seleccionaron a los participantes por conveniencia. Esta selección se debió a que el investigador tiene experiencia docente laborando una de las instituciones educativas de la red de colegios seleccionada.

Tabla 1

Total de participantes en la investigación.

Red de colegios "Coprodeli Pachacutec"	Estudiantes de segundo grado de Educación secundaria (sección única)	Docentes del área de geometría del segundo grado de Educación Secundaria
I.E. San Martín de Pachacutec	38	Un docente
I.E. San Juan Macías	33	Una docente
I.E. Santa María Asunta al Cielo	31	Un docente
I.E. San Francisco Solano	33	Una docente
Total	135	4 docentes
Instrumento aplicado	Prueba de medición del nivel de Razonamiento Geométrico	Entrevista al docente y observación de clase

Fuente: Elaboración propia.

La tabla 1, muestra las cantidades de participantes entre estudiantes y docentes de la red de colegios "Coprodeli Pachacutec". Las cantidades de estudiantes por institución educativa hacen referencia a hombres y mujeres en edades que oscilan de los 13 a 15 años. Al respecto, las instituciones educativas se encuentran ubicadas en la misma ciudadela de Pachacutec, Ventanilla en el Callao y son parte de la Organización No Gubernamental (ONG) "Coprodeli" siendo considerados colegios por convenio por el Ministerio de Educación del Perú.

En este sentido, las cuatro instituciones educativas llevan a cabo un mismo proyecto educativo y planes curriculares. Estas instituciones tienen las mismas características en infraestructura, formas de ingresos y egresos económicos, modelo educativo y administrativo, reglamento interno, entre otros. De esta manera, los estudiantes que participan de esta investigación tienen las mismas condiciones, circunstancia y posibilidades educativas.

Instrumentos: Entrevista, observación y prueba de medición.

Para la construcción de estos instrumentos, se utilizó como punto de partida una categoría central, tres categorías y sus respectivas subcategorías que fueron validadas metodológicamente en su etapa de elaboración.

Tabla 2

Categoría central, categorías y sub categorías apriorísticas utilizados para la elaboración de los instrumentos.

Categoría central	Categorías	Sub Categorías	Instrumento	Pregunta/ Items
Resolución de problemas geométricos (RP)	Competencia Matemática (RPCM)	Conocimiento del enfoque (RPCM1)	Ficha de entrevista al docente del área de geometría (E).	1,2
		Matematiza situaciones (RPCM2).		3
		Comunica y representa ideas matemáticas (RPCM3).		4
		Elabora y usa estrategias (RPCM4).		5
		Razona y argumenta generando ideas matemáticas (RPCM5).		6
		Conocimiento de otros enfoques (RPCM6).		7, 8, 9, 10, 11 y 12
	Estrategias de enseñanza y aprendizaje en el área de geometría. (RPEA)	Planificación de la sesión de aprendizaje (RPEA1).	Registro de observación de clase en el área de geometría (O).	
		Uso de estrategias metodológicas para el logro de aprendizaje (RPEA2).		
		Uso de materiales y recursos didácticos por el docente (RPEA3).		
		Dosificación del tiempo para los aprendizajes (RPEA4).		
		Generación de un buen clima de aula (RPEA5)		
	Niveles de razonamiento geométrico (RPNR)	Visualización y reconocimiento (RPNR1).	Prueba de medición del nivel de resolución de problemas geométricos en estudiantes del segundo grado de educación secundaria	1,2,5, 6, 7 y 10
		Análisis (RPNR2).		1,2,3,4,5,6,7 y 10
		Deducción informal (RPNR3).		3,4,6,7,8 y 9
		Deducción formal (RPNR4).		3, 8 y 9

Fuente: Elaboración propia.

La tabla 2, muestra las categorías consideradas para la elaboración de los instrumentos de recogida de información. Estos instrumentos fueron tres: la entrevista, la observación de clase y una prueba de medición del nivel de razonamiento geométrico. Como se puede observar, el establecimiento de un instrumento para cada categoría responde a que existe una categoría central que engloba a las tres categorías definidas. Es decir, la información que se recoja en cada uno de los instrumentos tendrá relación en menor o mayor grado. Así mismo, los resultados de la entrevista, la observación y la interpretación de las respuestas de los estudiantes en la prueba han tenido un tratamiento abierto, flexible y semiestructurado lo que ha permitido al final integrarlos.

De esta manera, la entrevista se refiere a la categoría Competencia Matemática, la observación de clase hace referencia a la categoría Estrategia de enseñanza-aprendizaje en el área de Geometría y en lo que respecta a la Prueba de medición del nivel de razonamiento geométrico hace referencia a la categoría Niveles de Razonamiento Geométrico según Van Hiele. Para elaborar cada uno de estos instrumentos se consideró las respectivas subcategorías que dieron lugar a ítems o preguntas.

La aplicación de estos tres instrumentos se realizó en la semana del 08 al 12 de junio del año 2015, previa coordinación con los directores y docentes de cada institución educativa para no interrumpir sus horas de clase y coincidir en las clases de geometría y otros espacios libres que disponían.

Procedimiento empleado para la aplicación de los instrumentos.

Para la entrevista se realizó una conversación previa para informar sobre aspectos importantes de la investigación de modo que los entrevistados conozcan los objetivos de la investigación y accedan de buena forma a la entrevista. Esta conversación se realizó una semana antes de la fecha de las entrevistas y se hizo en la sala de profesores de las respectivas instituciones educativas. Se acudió de manera puntual el día y hora programada para cada entrevista, luego se pidieron los ambientes adecuados para su desarrollo. En todas las entrevistas los docentes se mostraron en confianza, abiertos y muy amables para brindar sus respuestas y comentarios. Así mismo, las entrevistas fueron grabadas en audio después del permiso respectivo de cada docente. Cabe señalar que de las cuatro entrevistas programadas se realizaron tres, debido a un inconveniente personal (inasistencia) de la docente de la institución educativa San Francisco Solano.

Para la observación de clase se realizó coordinaciones previas con cada docente para que esta se realice dentro del horario de permanencia en la institución educativa. Se acudió de manera puntual, se hizo el saludo correspondiente y sin ninguna más indicación hacia los estudiantes, me dirigí hacia la parte trasera del aula y ubique un asiento vacío donde pase toda la clase observando y haciendo las anotaciones correspondientes. Estas observaciones no fueron grabadas ni con audios ni videos, solo se tomaron algunas fotos en algunas de las clases con permiso del docente. Del mismo modo que en las entrevistas, de las cuatro observaciones de clase programadas se realizaron tres debido a la falta de tiempo para el desarrollo de la clase (solo 20 minutos) de la institución educativa San Martín de Pachacutec.

Para la aplicación de la prueba de medición del nivel de razonamiento geométrico, se coordinó con cada docente para disponer del tiempo suficiente para el desarrollo de la prueba, luego se procedió a sacar la cantidad de copias suficientes para todos los estudiantes según la cantidad de matriculados. Adicionalmente a esto, se le proporcionó a cada estudiante un lápiz y un borrador para que disponga del material suficiente para el desarrollo adecuado de la prueba.

De esta manera, se acudió a cada institución en la hora indicada, luego se hizo el saludo respectivo y seguidamente se les explicó el procedimiento para el desarrollo correcto de la prueba, se les entregó la prueba, el lápiz y el borrador y a continuación se leyó el contenido de la primera hoja donde se encontraban las indicaciones y recomendaciones de la prueba. Antes de iniciar el desarrollo de la prueba, se leyó cada pregunta con una lectura rápida. Finalmente, se respondieron algunas dudas de la prueba. Durante el desarrollo de la prueba, la gran mayoría de estudiantes la desarrolló de manera silenciosa y aquellos que tenían dudas de procedimiento se les explicaba de manera breve y se les invitaba a repasar las instrucciones y a releer las preguntas en cuestión.

Resultados de la aplicación de los instrumentos.

En respuesta al objetivo de diagnosticar el estado actual del proceso de Resolución de Problemas Geométricos Bidimensionales en estudiantes de Educación Secundaria de Ventanilla Callao, se presentan a continuación los resultados encontrados en la aplicación de la entrevista, la observación de clase y la aplicación de la prueba de medición del nivel de razonamiento geométrico.

Para el procesamiento de datos de la entrevista y la observación, se utilizaron métodos cualitativos de procesamiento de datos, siendo este proceso una combinación del método teórico y del método numérico.

Para el procesamiento de datos de la prueba de medición se utilizaron métodos cuantitativos de procesamiento de datos (Excel y SPSS) usándose estadísticos como media, mínimos, máximos, desviación estándar entre otros. A su vez, se hizo un análisis cualitativo de las respuestas de 4 estudiantes ubicados cada uno de ellos en los rangos muy bajo, bajo, promedio y alto.

Resultados de la entrevista.

Antes de presentar los resultados de la entrevista, es necesario indicar que para esta entrevista se propusieron doce preguntas referidas a la categoría Competencia Matemática. Sin embargo, en el desarrollo de las tres entrevistas realizadas se tuvieron que replantear algunas preguntas y otras necesitaron repreguntar ante la necesidad de aclarar algunos aspectos importantes que se querían conocer tanto por parte del entrevistado como del entrevistador.

Al término de cada entrevista se realizó la transcripción respetando todo lo dicho por los entrevistados y poniendo los énfasis en los momentos necesarios. A continuación, se empezó a seleccionar citas textuales de los entrevistados de acuerdo al tema en mención, teniendo como referente a la categoría y subcategorías apriorísticas para este instrumento.

A continuación, se agruparon estas citas textuales según el tema, a los que se le asignó palabras claves o códigos en cada una de estas citas. Luego, al enumerar estos códigos resultaron 40 diferentes, que fueron agrupados sin tomar en cuenta necesariamente la categoría y subcategorías iniciales. Es decir, por la naturaleza del desarrollo de la entrevista (semiestructurada) se consideró a todo los resultados como emergente (Ver anexo 5).

De estos 40 códigos, se hicieron interpretaciones y una conclusión por temas, que describiremos más adelante. Esto dio como resultado las subcategorías y categorías emergentes, como se observa en la siguiente tabla:

Tabla 3

Categorías apriorísticas y emergentes en la entrevistas.

Códigos	Subcategoría	Categoría	
1, 3 y 5	Poca capacidad del docente para aplicar enfoque por competencias en el aula.	Competencia Matemática en el docente.	Confirma la categoría apriorística
6, 7 y 9	Matematización, representación y comunicación Elabora y usa estrategias.	Capacidades matemáticas en los estudiantes.	Confirma la categoría apriorística
12 40 y 35 10 y 11 13, 16, 17 y 18 14, 15 y 20 19 8	Temas transversales Buena actitud de los estudiantes Motivación Metodología Trabajo en grupo Evaluación Enfoque Resolución de Problemas.	Estrategia didáctica para la Resolución de problemas	Confirma la categoría apriorística
2, 4, 38 y 39 36 y 37	Bajo Rendimiento académico. Mecanicismo.	Educación tradicional y mecánica.	Categoría emergente
21, 22, 23 y 24 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33 y 34	Problemas familiares Problemas psicológicos emocionales	Familia disfuncional Aspecto psicológico y emocional del estudiante.	Categoría emergente Categoría emergente

Fuente: Elaboración propia.

La tabla 3, muestra las categorías apriorísticas confirmadas y las emergentes a partir de la agrupación de los cuarenta códigos que se obtuvieron de la transcripción de las citas textuales en la entrevista. A continuación, se describen estas categorías halladas luego de la aplicación de la entrevista.

Descripción de las categorías apriorísticas confirmadas y emergentes de las entrevistas.

Competencia Matemática en el docente.

Los docentes entienden las competencias y capacidades matemáticas desde su labor en el aula. Es decir, ellos esperan lograr las competencias y capacidades al término de sus sesiones y no como resultado de un proceso a largo plazo que dependerá del nivel de dominio de algunas capacidades como prerequisite en los estudiantes. Esta conclusión permitió determinar la subcategoría poca capacidad del docente para aplicar el enfoque por competencias en el aula. A continuación, se presentan las citas textuales que hacen referencia a esta categoría:

No hay claridad (de las competencias y capacidades) y los mismos capacitadores nos dejan con la duda... Ellos a veces nos confunden un poco más en vez de ayudarnos.... (E-DC1-RPCM1).

Claro, pueden estar claros (las competencias y capacidades)..... pero el problema está cuando yo trabajo en el aula..... o sea que porcentaje aplico..... nada más aplico (el) 50%, (entonces) no me está sirviendo de mucho... (E-DM2-RPCM1).

Capacidades Matemáticas en el estudiante.

Los docentes entienden el enfoque de resolución de problemas como la forma de expresar o traducir un lenguaje textual cotidiano a un lenguaje simbólico matemático. A su vez, relacionan el desarrollo del pensamiento matemático y la aplicación de conocimientos en la vida diaria como parte fundamental del enfoque por resolución de problemas. Esta conclusión permitió determinar la subcategoría matematización, representación y comunicación, elaboración y uso de estrategias matemáticas. Las siguientes citas textuales hacen referencia a esta categoría:

Bueno yo entiendo como una interpretación, de un lenguaje textual a un lenguaje simbólico.... y eso también lo planifico dentro de mis sesiones, previamente tengo que revisar el problema cuando es un problema para gráfico sino textual, tengo que revisarlo y buscar estrategias de solución sobre todo para ver cómo va a entender el alumno... (E-DJ1-RPCM1).

Yo pienso que es con la finalidad de pensar en el alumno y también de que pueda aplicarlo en la vida diaria... (E-DJ1-RPCM1).

Estrategia didáctica para la resolución de problemas.

Los docentes usan estrategias de motivación personales como la modulación de la voz y el uso de preguntas en doble sentido. Es decir, no recurren al uso de materiales concretos o tecnológicos específicos. Esta conclusión permitió determinar la subcategoría motivación. Las siguientes citas textuales hacen referencia a esta sub categoría:

Las palabras en doble sentido ayudan un poco también.... El alumno a la hora que escucha como una broma como que presta un poco más la atención... (E-DC3-RPCM2).

Modulo mi voz, mi voz cambia totalmente. Una cosa es llamar la atención, uno no puede ser lineal. La cosa es si quiero enfatizar algo, le doy el énfasis, si quiero contar una historia al inicio de mi clase... (E-DM3-RPCM2).

A su vez, los docentes generalmente usan estrategias, en primer lugar de modelación de ejercicios o problemas parecidos para que luego sean desarrollados por los estudiantes. En segundo lugar utilizan estrategias colaborativas o de cooperación mediante el trabajo en grupo. Y por último siguen utilizando los materiales comunes como las reglas, plumones y cintas adhesivas.

Sin embargo, se resalta el uso que hace una docente con las cintas adhesivas de colores, siendo éste un uso innovador logrando mayor resultados en el aprendizaje a comparación del uso único de plumones. Esta conclusión permitió determinar la subcategoría metodología. Las siguientes citas textuales hacen referencia a esta sub categoría:

No sé cómo se me ocurrió trabajar con el maskingtape de color (cinta de papel adhesiva).... *Entonces esta idea siempre rondó en mi cabeza y este año lo he aplicado y me parece excelente que el alumno aprende mejor* porque tú cuando lo trabajas con los plumones pasas en un color el otro y a veces no tienes la regla. Para geometría debemos tener la regla, no. Sale la línea chueca, pero con el maskingtape de colores el alumno visualiza mejor aprende mejor... (E-DJ12-RPCM4).

Para mí, si el alumno es capaz de resolver un problema en el aula, tiene la capacidad de explicarlo a sus compañeros, tiene la fortaleza de explicarlo en la pizarra, para mí eso es un alumno que sabe matemática, porque que lo haga... (y) que lo explique en la pizarra siento que he formado a una persona que se puede preparar para el futuro... (E-DJ9-RPCM4/5).

Del mismo modo, los docentes utilizan estrategias colaborativas o de cooperación mediante el trabajo en grupo. También, hacen uso de estrategias de presión hacia los estudiantes que saben más y que saben menos a través de indicaciones orientadas a estimular el apoyo entre compañeros y el buen uso del tiempo en la clase.

La evaluación es al final de la clase que evidencia una evaluación que no considera el esfuerzo y progreso paulatino de los estudiantes en su logro de competencias. Esta conclusión permitió determinar la subcategoría trabajo en grupo y evaluación. Las siguientes citas textuales hacen referencia a esta sub categoría:

Cuando entro a un salón yo lo que hago es identificar a los alumnos que saben bastante, entonces converso con sus papas y les pido autorización para que ellos me ayuden en matemática. Entonces previamente con ellos les exijo que.... sepan, que resuelvan, que hagan y les hago trabajar.... por grupos tratando de designar a un integrante por grupo que sepa y ese integrante se encarga de hacer el efecto multiplicador cuando es un trabajo así grupal.... entonces generalmente les tomo evaluación oral en la pizarra y saco a uno dos que menos saben, uno o dos que menos saben, y los alumnos ya saben, entonces les digo que si el alumno que no sabe lo hace mal, la nota es para todo el grupo... (E-DJ3-RPCM4).

Les hago que desarrollen en forma grupal o individual... Depende de la cantidad de ejercicios. Si son cuatro ejercicios... grupos de cuatro o hasta cuatro uno cada uno... y que el estudiante.... Uno de ellos del grupo, me sale a resolver el problema.... Es grupal... entre los cuatro se ayudan... si alguien no entiende por favor se ayudan... levantan la mano y me dicen cuál es el problema... (E-DC-RPCM4/5).

Educación tradicional y mecánica.

La resolución de problemas necesita una base de conocimientos tanto teóricos como operativos, es decir, si el estudiante no domina algunos conocimientos básicos u operaciones básicas como la suma o multiplicación no podrá avanzar en su proceso de desarrollo de la competencia matemática a través de la resolución de problemas. Esta conclusión permitió determinar la subcategoría bajo rendimiento académico. Las siguientes citas textuales hacen referencia a esta sub categoría:

...la parte de la situación significativa..... no se puede trabajar eso si el alumno no maneja la parte teórica y el alumno al menos no maneja una noción... (E-DJ2-RPCM1).

...en algunos casos he tenido que adaptar algunos o varios ejercicios del libro para que el alumno trate de entender... El estudiante no puede como que se pierde un poco.... Yo creo que ahí lo que le falta es la habilidad operativa. No operan... les falta un poco... reforzar esa parte... (E-DC2).

También, cuando nos referimos a la enseñanza de la Matemática, esta no debe de orientarse hacia los métodos formales que priorizan la memorización y mecanicismo sino por el contrario aprovechar la iniciativa de los estudiantes y proponer el uso de métodos heurísticos y lúdicos. Esta conclusión permitió determinar la subcategoría mecanicismo. La siguiente cita textual hace referencia a esta sub categoría:

De qué forma (los estudiantes), piensan investigar, arreglar el problema para resolverlo. Pero si ese alumno no sabe multiplicar, no sabe sumar, como va hallar el problema? Yo pienso que en parte, en parte debería un poco avocarse a la Educación un poco tradicional, se podría decir no? De que el alumno empiece a aprender correctamente la operación de multiplicar. Si es posible como antes se hacía, no? Memorística, no? Para poder después poder multiplicar, porque si un niño no sabe multiplicar como va a poder resolver... (E-DC1).

Familia disfuncional.

Un factor que está determinando la baja atención y concentración de los estudiantes, es el factor familiar determinado por el hecho de no tener la presencia física y emocional de los padres. Siendo estos reemplazados en su mayor parte por otros familiares como tíos, abuelos o primos. Los estudiantes pertenecientes a estas familias disfuncionales muestran baja concentración y entendimiento de los conocimientos impartidos. Esta conclusión permitió determinar la subcategoría problemas familiares. Las siguientes citas textuales hacen referencia a esta categoría:

Hay muchos niños de familias disfuncionales. De padres separados y justo son estos niños que tienen dificultades". "Y eso influye bastante... porque el niño llega este más pensando en sus problemas familiares que pensando que se viene aprender. Ósea yo ahí tengo esas dificultades, no sé de qué forma tratar de ayudar a ese niño... para que preste más atención... no solamente en el área de matemática sino en todo... no sé cómo podría... (El profesor se siente que no puede resolver esa situación). Influye en su autoestima personal.... Influye bastante. Entonces ahí es donde no sé cómo... no sé cómo llegar a ese alumno, ya porque le veo a veces distraído... hey le digo despierta aquí... ahhh ya.... por favor pero ahí eso no sé qué podría hacer ahí... (E-DC12).

Aspecto psicológico y emocional del estudiante.

El factor psicológico emocional determina con gran intensidad los comportamientos de los estudiantes de manera negativa debido a la falta de límites o reglas por la ausencia de sus padres. Esto a su vez, ocasiona problemas psicológicos emocionales como la depresión, la rebeldía u otros que llevan al adolescente a querer morirse o simplemente hacerse daño como una forma de desahogo. Esta conclusión permitió determinar la subcategoría problemas psicológicos emocionales. Las siguientes citas textuales hacen referencia a esta categoría:

...hace poco un alumno ha escrito en su examen de CTA (ciencia), en una práctica, yo era tutora de ellos este año... para que vivir... en su examen de CTA de laboratorio.... el chico no vivía con su papá, su papá no lo había reconocido.... Su mamá por problemas personales tampoco lo podía criar... el chico posiblemente no quería vivir, no tenía ganas de estudiar.... Ya he tenido casos en que los chicos, los alumnos se han querido hacerse daño, atentar contra su propio cuerpo... una alumna se cortaba con lo que sea ... para mí era una desesperación ... te lo juro.... yo no podía verle con nada que tuviese punta, con un lápiz, el tajador lo abría, le sacaba la cuchilla, o se agarraba un tenedor, o un alfiler, un chinche.....todo empezó por problemas familiares, problemas de hogar después de eso se hizo como costumbre,,,, de ahí cuando converse con otra chica que también se hacía eso... me dijo que ella desahoga sus penas haciéndose eso... es un placer con dolor.... Entonces se siente tan mal que agarra y no siente dolor cuando se hace..... el papá era muy duro de carácter, muy poco tolerante... se conversó... (E-DJ12).

Resultados de la observación de clase.

Para la observación, se tomaron en cuenta la planificación y ejecución de clase referidos a la categoría estrategias de enseñanza-aprendizaje en el área de geometría. Se procedió a tomar notas y apuntes de todo lo esencial del desarrollo de la clase según los temas que se tenían establecidos previamente en el registro de observación.

De esta manera, se realizó la transcripción de cada una de las observaciones para luego seleccionar frases de acuerdo al tema en mención, teniendo en cuenta la categoría apriorística para este instrumento. Así mismo, se agruparon estas frases según el tema, luego se indicó las palabras claves o códigos en cada una de estas citas. A continuación, se enumeraron estos códigos en 38 diferentes, los cuales fueron agrupados sin tomar en cuenta las categorías y subcategorías iniciales, es decir, en este punto se consideró a todo los resultados como emergente (Ver anexo 6).

De los 38 códigos, se hicieron interpretaciones y una conclusión por temas, que se describen más adelante. Este procedimiento dio como resultado las subcategorías y categorías emergentes que observamos en la siguiente tabla:

Tabla 4

Categorías apriorísticas y emergentes en la observación de clase.

Códigos	Subcategoría	Categoría	
1	Planificación curricular	Estrategias de enseñanza y aprendizaje en el área de geometría (RPEA)	Confirma la categoría apriorística
2, 3, 13, 15 y 18	Procesos pedagógicos en el docente.		
6, 7, 8, 9, 11, 12, 14, 16, 17 y 35	Procesos cognitivos en estudiantes.		
4 y 5	Trabajo en grupo		
20, 21 y 22	Actividades de aprendizaje		
23	Uso de materiales innovadores.	Educación tradicional, memorística y mecánica	Categoría emergente
36, 37 y 38	Contextualización		
	Dosificación del tiempo (Puntualidad)		
19, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 33 y 34	Enseñanza expositiva. Educación tradicional. Clase aburrida o monótona. Dictado de conceptos. Mecanicismo. Poca evidencia de procesos cognitivos en los estudiantes.	Improvisación metodológica	Categoría emergente
31 y 32	Improvisación o falta de experiencia en el desarrollo de las clases.		

Fuente: Elaboración propia.

La tabla 4, muestra las categorías apriorísticas confirmadas y las emergentes a partir de la agrupación de los 38 códigos que se obtuvieron de las descripciones en las observaciones de clase. A continuación, se describen estas categorías halladas luego de la aplicación de la observación de clase.

Descripción de las categorías apriorísticas confirmadas y emergentes de las observaciones de clases.

Estrategias de enseñanza y aprendizaje en el área de Geometría.

Los resultados indican que los docentes utilizan preguntas y resolución de ejercicios del estudiante para iniciar la sesión. Luego, durante el desarrollo de clase, esto continúa con la ayuda de los docentes en el trabajo en la pizarra. Esta conclusión permitió determinar la subcategoría procesos pedagógicos en el docente. Las siguientes descripciones hacen referencia a esta sub categoría:

El docente inicia con lluvia de ideas a partir de esa pregunta. ¿Qué entiendes por proporción? O-DC2-RPEA2

Empieza a hacer preguntas sobre los triángulos rectángulos. O-DF2-RPEA2

La docente empieza a graficar en la pizarra los dos ejercicios que les dejo en la hoja. Pregunta quienes ya tienen resuelto el primer ejercicio, seguidamente saca a la pizarra a escribir una aplicación de la congruencia. La docente está sacando a varios estudiantes para que completen las propiedades...O-DJ2-RPEA2

La profesora mediante preguntas va ayudándolo a que identifique los datos y los vaya colocando en el gráfico de la pizarra". "Los estudiantes están trabajando de manera individual el desarrollo de los ejercicios propuestos de la profesora, aunque se puede observar que la mayoría esperará a qué la docente resuelva para luego poder copiar de la pizarra... Esto se evidencia en que la mayoría escucha atentamente las indicaciones, pero rápidamente se distraen y además observan que la profesora escribe los ejercicios en la pizarra, lo que les hace notar a los estudiantes que ella sola o con ayuda de algún estudiante los resolverá finalmente". "...ella se da cuenta que no podrá desarrollar ningún problema dibujado en la pizarra, y empieza a sacar a la pizarra a los estudiantes que ya lograron desarrollar algunos ejercicios en su cuaderno, sin haberse fijado si esta resolución es correcta o no... O-DF1-RPEA2

También, se observa que la mayoría de estudiantes tiene motivación y buena disposición para el desarrollo del área. Los estudiantes buscan diferentes formas de resolución de un mismo problema. Sin embargo, al parecer los ejercicios y la actividad tienen un gran porcentaje de mecanicismo y algo monótonos ya que los estudiantes se distraen rápidamente cuando ya la actividad no les exige. Esta conclusión permitió determinar la subcategoría procesos cognitivos en los estudiantes. Las siguientes descripciones hacen referencia a esta sub categoría:

Los estudiantes se sienten entusiasmados con la actividad hasta el momento, sobre todo por el dinamismo que ellos ponen al realizar las actividades antes de pedirles que empiecen a trazar la profesora recuerda el concepto de mediatriz con la ayuda de los estudiantes y mediante preguntas conceptuales ¿Qué es una mediatriz?..... Los estudiantes responden espontáneamente. A continuación, da indicaciones de cómo demostrar que es un triángulo rectángulo. Hay estudiantes que están explorando otras formas de dobleces con la hoja que tienen para hallar sus respectivos triángulos rectángulos. (O-DF1-RPEA2).

Los estudiantes mencionan que tienen en mente algunas de las propiedades. (O-DJ2-RPEA2).

...existen estudiantes que hacen otras actividades, ya sea porque terminaron lo que la profesora pidió realizar o porque no entendieron alguna parte de la actividad y no preguntaron para continuar.... Esto podría indicar que los estudiantes aún no han podido internalizar la demostración del triángulo de Pitágoras, es decir, podría estar faltando la ayuda de otros materiales concretos para ayudarles entender la demostración del triángulo de Pitágoras. La profesora mediante preguntas va ayudándolo a que identifique los datos y los vaya colocando en el gráfico de la pizarra. ...se puede observar que la mayoría esperará a qué la docente resuelva para luego poder copiar de la pizarra... Esto se evidencia en que la mayoría escucha atentamente las indicaciones, pero rápidamente se distraen y además observan que la profesora escribe los ejercicios en la pizarra (O-DF1-RPEA2).

Los estudiantes elaboran las respuestas de manera espontánea (O-DC2-RPEA2).

A continuación, los docentes forman grupos de trabajo para consolidar los conocimientos a través del desarrollo de ejercicios para cada estudiante, ya que, al terminar la actividad algunos estudiantes exponen en la pizarra lo desarrollado. Esta conclusión permitió determinar la subcategoría trabajo en grupo y actividades de aprendizaje. Las siguientes descripciones hacen referencia a esta sub categoría:

La profesora indica que se formen grupos de 6 estudiantes... Los estudiantes colaboran ordenadamente en la formación de grupos....
 “La profesora indica transformar la hoja rectangular en dos triángulos y luego pregunta ¿Qué triángulo se formó?” “Los estudiantes responden Isósceles. La profesora les pide comprobar si es Isósceles mediante la medición con una regla”. “Los estudiantes empiezan a realizar sus mediciones de manera individual... hacen varios intentos para que puedan formar el triángulo equilátero”. “La docente empieza a mostrarles ella misma como se forma el triángulo equilátero, ella toma la hoja y realiza varios dobleces que va explicando y que los tiene también detallados en su sesión de aprendizaje... (O-DF1-RPEA2).

Una de las docentes que desarrollan la sesión de clase, observa que el uso de cintas adhesivas de colores ayuda mucho a la comprensión de los procedimientos gráficos en los estudiantes. Además, al ser un procedimiento nuevo para los estudiantes se motivan y tienen mejores expectativas con respecto al desarrollo de problemas geométricos. Esta conclusión permitió determinar la subcategoría Uso de materiales innovadores. La siguiente descripción hace referencia a esta sub categoría:

La docente está modelando el ejercicio desde la propiedad hacia el ejercicio y usa unas cintas adhesivas de diversos colores que ayudan a identificar los trazos. Se puede notar la oportuna ayuda del material (cinta adhesiva de colores) para la parte de visualización de la figura geométrica existente. Se puede notar la destreza en el desarrollo del ejercicio y sobre todo su esfuerzo y buena disposición para el lograr el entendimiento del desarrollo en todos los estudiantes. Ahora empieza a desarrollar el segundo ejercicio usando la misma técnica de trabajar con cintas adhesivas de colores (O-DJ2-RPEA2).

A continuación, es evidente la falta de contextualización de los problemas planteados, sobre todo en el mismo planteamiento de la situación problemática. Este planteamiento no es familiar o cercano al contexto de los estudiantes, lo que dificulta el entendimiento o mejor retención de los procedimientos algorítmicos y de relación con otras definiciones, conceptos, teoremas o axiomas. Esta conclusión permitió determinar la subcategoría contextualización. La siguiente descripción hace referencia a esta sub categoría:

Sin embargo hubiera sido importante relacionar estas actividades con algunas situaciones problemática cotidianas a los estudiantes (O-DJ2-RPEA2).

Por último, el tiempo es un factor que limita la consolidación de procedimientos de aprendizaje establecidos como objetivos por los docentes. Sin embargo, estos no se cumplen, ya sea porque la actividad se extendió por una participación masiva de los estudiantes o porque los docentes establecieron actividades que requerían mayor tiempo del que disponían. Otro elemento es el corto tiempo que tienen para desarrollar el área de geometría y que los docentes manifiestan. Esta conclusión permitió determinar la subcategoría dosificación del tiempo. Las siguientes descripciones hacen referencia a esta sub categoría:

La dosificación del tiempo no tan óptima ha sido un factor que ha determinado que la clase se vaya convirtiendo de amena a monótona (O-DF1-RPEA4).

El tiempo es insuficiente, se deben proponer más horas seguidas para que se pueda consolidar varias fases de la sesión y también poder desarrollar otros procesos cognitivos necesarios para el desarrollo a su vez de las capacidades matemáticas (O-DJ2-RPEA4).

Educación tradicional, memorística y mecánica.

En dos de las tres clases observadas, los docente no usan la regla como instrumento de trazos de gráficos y lo que hace es usar el pulso lo que origina que los gráficos no sean exactos y muchas veces confusos. A su vez, la constante exposición y dictado de clase hace que no entiendan las definiciones y procedimientos, lo que ocasiona que los estudiantes se aburran y empiecen a realizar otras actividades fuera del objetivo de la clase.

Los docentes muestran un desarrollo de clase de tipo mecanicista donde los estudiantes copian lo que el desarrolla sin haber una profundización de los conceptos, definiciones o propiedades geométricas de las figuras estudiadas. Esta conclusión permitió determinar la subcategoría Educación tradicional, clase aburrida o monótona, dictado de conceptos y mecanicismo. Las siguientes descripciones, hacen referencia a esta sub categoría:

El docente empieza a dictar la definición de Razón Geométrica. Con el dictado se puede confirmar la pasividad y receptividad de los estudiantes. A su vez, no se ha partido de alguna experiencia o actividad relacionada con los estudiantes y el contenido a desarrollar. De igual manera no ha habido uso de materiales". "El docente se da cuenta que los estudiantes no han entendido la representación inicial en la pizarra de los dos segmentos y su relación por proporción, de manera que se ve obligado a volver a explicar (O-DC2-RPEA2).

Se puede notar que en este grupo de estudiantes se necesita desarrollar la clase con muchas estrategias de tipo heurísticas y de descubrimiento. Los estudiantes manifiestan no entender y estar algo confundidos y le dicen al docente: Es que no se entiende. Se puede notar que esto es debido a la falta de relación entre lo que está expresando simbólicamente y las situaciones reales o concretas que los estudiantes necesitan vivenciar o visualizar”. Empieza a explicar pero lee la definición del libro y los estudiantes no entienden ya que usa terminología simbólica y más aún porque el docente lo está leyendo. Se escuchan frases como: “punto externo, dónde”, “Cuaterna, ¿Qué quiere decir? (O-DC2-RPEA2).

Se le escucha decir a la docente: ¡Le falta una bolita! Es indudable que toda esta parte de recordar, graficar y expresar las propiedades (fórmulas) ha sido memorístico y mecánico, sin garantizar que los estudiantes lo entiendan o puedan demostrar (O-DJ2-RPEA2).

Los ejercicios son muy mecánicos y probablemente sencillos pero sin ninguna exigencia de otros procesos cognitivos como analizar, comparar y diferenciar (O-DC2-RPEA2).

Improvisación metodológica.

También se observó, que uno de los docente no se encuentra preparado en lo metodológico ni cognitivo, ocasionando confusión en los estudiantes, cuando el enuncia algo equivocado y no lo corrige. Esta conclusión permitió determinar la subcategoría improvisación metodológica o falta de experiencia en el desarrollo de las clases. La siguiente descripción hace referencia a esta sub categoría:

Al parecer el docente está nervioso, ya que se confunde al momento de hacer un despeje en una ecuación y llega a una incoherencia ($8=1/8$). El error estuvo en colocar “b” en vez de “ $1/b$ ”. “Si ambos tienen la misma razón significa que son iguales”, el docente indica que sí. Aquí se observa que es incorrecto ya que los segmentos no miden igual pero si se podría decir que son equivalentes proporcionales (O-DC2-RPEA2).

Resultados de la prueba de medición del nivel de razonamiento geométrico.

Para la elaboración de esta prueba se tomaron en cuenta los aspectos referidos a la subcategoría niveles de razonamiento geométrico según Van Hiele. Se evaluó 10 ítems que corresponden al desarrollo curricular del grado respectivo.

Resultados del análisis cualitativo de la prueba de medición de razonamiento geométrico.

El análisis cualitativo permitió elaborar conclusiones e interpretaciones por pregunta, de la forma cómo resuelven los problemas cuatro estudiantes, es decir, qué tipo de estrategia utilizan para el desarrollo de cada uno de los procedimientos necesarios para la resolución de problemas geométricos. Estos cuatro estudiantes corresponden a un rango de muy bajo, bajo, promedio y alto (Ver anexo 7).

Las conclusiones de los resultados de la prueba de estos cuatro estudiantes, se extrajeron 23 códigos que luego fueron agrupados para extraer las subcategorías y categorías emergentes referidas a este instrumento (Ver anexo 8). De estos 23 códigos se hicieron conclusiones por categoría, que se describen más adelante. Esto dio como resultado las subcategorías y categorías emergentes que se observan en la siguiente tabla:

Tabla 5

Categorías apriorísticas y emergentes en la prueba de medición del nivel de razonamiento geométrico.

Códigos	Subcategoría	Categoría	
2, 8, 12, 13, 15, 18 y 20	Estrategia de aprendizaje de tipo algebraica para la resolución de problemas.	Estrategias de aprendizaje para la resolución de problemas	Confirma la apriorística
23	Estrategias de argumentación y justificación matemática geométrica.		
1, 9, 11, 14 y 19	Dominio y manejo de conceptos, propiedades, procedimientos algebraicos y geométricos.	Niveles de Razonamiento Geométrico	Confirma la apriorística
3, 4, 6, 10, 16, 17 y 21	Niveles de Razonamiento Geométrico		
5 y 22	Capacidad de relacionar conceptos y propiedades geométricas.		
7	Mecanización en la aplicación de propiedades geométricas.	Mecanicismo en la Resolución de Problemas	Categoría emergente

Fuente: Elaboración propia.

La tabla 5, muestra las categorías apriorísticas confirmadas y las emergentes a partir de la agrupación de los 23 códigos que se obtuvieron de las interpretaciones de las respuestas de cuatro estudiantes en la prueba de medición del nivel de razonamiento geométrico. A continuación, se describen estas categorías halladas en este procedimiento.

Descripción de las categorías apriorísticas confirmadas y emergentes de la prueba de razonamiento geométrico.

Estrategias de aprendizaje para la resolución de problemas geométricos.

Las conclusiones de las respuestas de los cuatro estudiantes analizados, muestran que utilizan con mayor frecuencia estrategias algebraicas de resolución para problemas geométricos. Es decir, tienden a plantear ecuaciones matemáticas para luego intentar su desarrollo operativo. Aquí, se evidencia el paso de un lenguaje textual a un lenguaje simbólico, que estaría indicando un razonamiento de tipo formal y simbólico. Sin embargo, cuando no se tiene un dominio de los conceptos y de las propiedades de las figuras geométricas, no logran aplicar correctamente los procedimientos para el desarrollo exitoso del problema. Así mismo, al no recordar las propiedades adecuadas para la resolución, los estudiantes se quedan en el planteamiento del problema y desarrollo equivocado. Esto a su vez, evidencia el poco uso de herramientas para realizar una argumentación o justificación matemática geométrica adecuada y correcta.

Es necesario indicar que esta inclinación de los estudiantes hacia estrategias algebraicas de resolución de problemas es debido a la adaptación de modelos de desarrollo de problemas realizados por el o la docente.

Niveles de razonamiento geométrico.

Los estudiantes evidencian con mayor frecuencia el nivel básico de razonamiento geométrico que es el nivel 1 de visualización y reconocimiento de una figura geométrica. Es decir, utilizan estrategias de tipo visual mediante el dibujo o trazado de figuras utilizando materiales diversos, como hojas de colores, lapiceros de colores y principalmente regla y compás.

Los estudiantes utilizan la inducción matemática que evidencia un análisis previo de la situación problemática y de un posible resultado. De esta manera, llegan a conclusiones o deducciones de tipo informal con datos o relaciones poco justificadas. Así mismo, algunos estudiantes logran deducciones de tipo formal en el que logran relacionar propiedades y justificarlas simbólicamente y matemáticamente.

Mecanicismo en la resolución de problemas.

El mecanicismo en la resolución de problemas, se evidencia en la aplicación de propiedades al momento de resolver una ecuación planteada, es decir, los estudiantes escogen aplicar propiedades que ellos han usado antes en algún ejercicio resuelto en clase y no observan y analizan si tal vez es necesario el uso de alguna propiedad nueva o diferente de la que ellos usaron.

Por lo tanto, los estudiantes proceden de manera mecánica en la aplicación de propiedades llegando a resultados errados.

Resultados del análisis cuantitativo de la prueba de medición de razonamiento geométrico.

El análisis cuantitativo se hizo a partir de los resultados obtenidos luego de aplicar una rúbrica de evaluación a las respuestas obtenidas en la prueba de medición del nivel de razonamiento geométrico (Ver anexo 9).

Estas respuestas fueron transformadas en cuatro rangos usando el SPSS versión 22, el cual ubicó a los estudiantes en muy bajo, bajo, promedio y alto. Esto se hizo para los cuatro niveles de razonamiento geométrico y el nivel general. A continuación, se procedió a interpretar cada resultado utilizando tablas de frecuencias y gráficos de barras, como se describen a continuación.

Tabla 6

Nivel de razonamiento geométrico con niveles de progreso en estudiantes de la Red Coprodeli Pachacutec.

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje acumulado
Muy bajo	21	15,6	15,6
Bajo	48	35,6	51,2
Promedio	45	33,2	84,4
Alto	21	15,6	100,0
Total	135	100,0	

Fuente: Elaboración propia.

La tabla 6, muestran los resultados de la prueba de medición del nivel de razonamiento de los estudiantes del segundo grado de Educación Secundaria en función a las frecuencias y porcentajes. Se puede observar que el 15,6 % se encuentra en el rango muy bajo que representan a 21 estudiantes de 135.

Así mismo, se observa que el 35,6 % que representa a 48 estudiantes se encuentran en el rango bajo; un 33,2 % que representa a 45 estudiantes se encuentran en el rango promedio y un 15,6% que representa a 21 estudiantes se encuentra en el rango alto de razonamiento geométrico.

Por lo que se observa, que más del 50 % por ciento se encuentra en un nivel bajo o muy bajo. Así mismo, los objetivos de aprendizaje propuestos en este grupo de estudiantes es lograr que más del 90 por ciento se encuentre en un nivel de razonamiento geométrico alto, ya que esto indicaría que ellos están logrando llegar al nivel 4 de razonamiento geométrico que es el desarrollo de demostraciones formales.

Por lo tanto, el 15,6 % de estudiantes en el rango muy bajo estaría indicando que ellos tienen dificultades en habilidades básicas para el razonamiento geométrico como la visualización e identificación de figuras y trazos geométricos.

Tabla 7

Nivel 1 de visualización y reconocimiento en estudiantes de la Red Coprodeli Pachacutec.

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje acumulado
Muy bajo	27	20,0	20,0
Bajo	38	28,1	48,1
Promedio	49	36,3	84,4
Alto	21	15,6	100,0
Total	135	100,0	

Fuente: Elaboración propia.

La tabla 7, muestran los resultados de la prueba de medición del nivel 1 de visualización y reconocimiento de los estudiantes del segundo grado de Educación Secundaria en función a las frecuencias y porcentajes. Se puede observar que el 20% se encuentra en un rango muy bajo que representan a 27 estudiantes de 135.

Así mismo, se observa que el 28,1 % que representa a 38 estudiantes se encuentran en un rango bajo; un 36,3 % que representa 49 estudiantes se encuentra en un rango promedio y un 15,6 % que representa a 21 estudiantes se encuentran en un rango alto. Se observa que un 48,1% se encuentra en un rango bajo y muy bajo. Así mismo, solo el 15,6 % ha alcanzado el rango alto.

Es decir, todos aquellos estudiantes que no están en el rango alto es muy probable que no logren los siguientes niveles de razonamiento geométrico en el mismo periodo de tiempo y que a su vez requieran mayores actividades de aprendizaje para estimular su nivel de visualización y reconocimiento de figuras geométricas.

Tabla 8

Nivel 2 de análisis en estudiantes de la Red Coprodeli Pachacutec.

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje acumulado
Muy bajo	18	13,3	13,3
Bajo	59	43,7	57,0
Promedio	37	27,4	84,4
Alto	21	15,6	100,0
Total	135	100,0	

Fuente: Elaboración propia.

La tabla 8, muestran los resultados de la prueba de medición del nivel 2 de Análisis de los estudiantes del segundo de secundaria en función a las frecuencias y porcentajes. Se puede observar que el 13,3 % se encuentra en un rango muy bajo que representan a 18 estudiantes de 135. Así mismo, se observa que el 43,7 % que representa a 59 estudiantes se encuentran en un rango bajo; un 27,4 % se encuentra en un rango promedio que representa a 37 estudiantes y un 15,6 % que representa a 21 estudiantes se encuentra en un rango alto.

Se observa la tendencia del nivel anterior en el que solo el 15,6 % se encuentra en un rango alto. Esto significa que se necesita reforzar los mecanismos de reconocimiento de una figura geométrica como la de analizar a partir de reconocer propiedades o características de las figuras geométricas para luego relacionarlas y llegar a algunas conclusiones. De esta manera, se hace necesaria la aplicación de estrategias de aprendizaje que permitan a los estudiantes llegar a estos niveles para desarrollar su potencial de razonamiento geométrico.

Tabla 9

Nivel 3 de deducción informal en estudiantes de la Red Coprodeli Pachacutec (Partes y propiedades de las figuras).

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje acumulado
Muy bajo	27	20,0	20,0
Bajo	41	30,4	50,4
Promedio	45	33,3	83,7
Alto	22	16,3	100,0
Total	135	100,0	

Fuente: Elaboración propia.

La tabla 9, muestran los resultados de la prueba de medición del nivel 3 de deducción informal de los estudiantes del segundo de secundaria en función a las frecuencias y porcentajes. Se puede observar que el 20 % se encuentra en un rango muy bajo que representan a 27 estudiantes de 135. Así mismo, se observa que el 30,4% que representa a 41 estudiantes se encuentran en un rango bajo; un 33,3 % que representa a 45 estudiantes se encuentra en un rango promedio y un 16,3 % que representa a 22 estudiantes se encuentran en rango alto.

Tabla 10

Nivel 4 de deducción formal en estudiantes de la Red Coprodeli Pachacutec.

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje acumulado
Muy bajo	45	33,3	33,3
Bajo	19	14,1	47,4
Promedio	52	38,5	85,9
Alto	19	14,1	100,0
Total	135	100,0	

Fuente: Elaboración propia.

La tabla 10, muestran los resultados de la prueba de medición del nivel 4 de deducción formal de los estudiantes del segundo grado de Educación Secundaria en función a las frecuencias y porcentajes. Se puede observar que el 33,3 % se encuentra en un rango muy bajo que representan a 45 estudiantes de 135. Así mismo, se observa que el 14,1% que representa a 19 estudiantes se encuentran en un rango bajo; un 38,5 % que representa a 52 estudiantes se encuentran en un rango promedio y un 14,1 % se encuentra en un rango alto que representa a 19 estudiantes de 135.

Este nivel está evidenciando el nivel de razonamiento geométrico de los estudiantes. A pesar de sobresalir en algunos niveles previos aquí observamos que los estudiantes no son capaces de realizar deducciones usando un lenguaje simbólico matemático ni empleando propiedades adecuadas para una demostración formal del problema resuelto. Por lo tanto, es necesario profundizar en el logro de este nivel, ya que, es el que mejor predice el nivel de razonamiento geométrico en los estudiantes de segundo grado de Educación Secundaria.

En conclusión, es necesaria la aplicación de una estrategia didáctica que focalice los niveles de razonamiento geométrico que se encuentran en un nivel promedio, bajo o muy bajo. A su vez, se implementen actividades de aprendizaje que permitan lograr niveles altos de razonamiento geométrico.

Triangulación metodológica por técnicas de recogida de información.

Este procedimiento se desarrolla con el propósito de analizar el problema en estudio a través de diferentes acercamientos. Es así que, en este tipo de procedimiento se pueden analizar técnicas cualitativas como cuantitativas de recogida de información, lo que permite visualizar de manera total diferentes aspectos del problema estudiado (Okuda & Gómez-Restrepo, 2005).

De esta manera, este procedimiento nos permitirá obtener conclusiones aproximativas sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje y el desarrollo de la resolución de problemas geométricos a partir de los tres instrumentos que fueron aplicados en la presente investigación. Así mismo, nos permitirá ver las coincidencias en las categorías emergentes y confirmatorias de las apriorísticas, a partir de la aplicación de la entrevista, la observación de clase y la prueba de medición del nivel de razonamiento geométrico.

Tabla 11

Instrumentos de investigación aplicados con sus categorías emergentes y apriorísticas confirmadas.

Entrevista	Observación de clases	Prueba de medición (análisis cualitativo)	Prueba de medición (análisis cuantitativo)
✓ Competencia Matemática en el docente. ✓ Estrategia didáctica para la resolución de problemas. ✓ Educación tradicional, memorística y mecánica. ✓ Familia disfuncional. ✓ Aspecto psicológico y emocional del estudiante.	✓ Estrategias de enseñanza y aprendizaje en el área de geometría. ✓ Educación tradicional memorística y mecánica. ✓ Improvisación metodológica.	✓ Estrategias de aprendizaje para la resolución de problemas geométricos. ✓ Niveles de razonamiento geométrico. ✓ Mecanicismo en la resolución de problemas.	El 51, 2 % que representa a 69 estudiantes de 135, se encuentra en el rango bajo y muy bajo nivel de razonamiento geométrico.

Fuente: Elaboración propia.

Coincidencias de categorías emergentes y apriorísticas en los resultados de los instrumentos de tipo cualitativo y cuantitativo.

A continuación se detallan las coincidencias de las categorías emergentes en los tres instrumentos aplicados. Así mismo, las conclusiones a las que se llegaron en cada una de estas categorías que confirman estas coincidencias.

Estrategia didáctica para la resolución de problemas geométricos.

Entrevistas.

Generalmente, los estudiantes usan estrategias de resolución. En primer lugar de modelación de ejercicios o problemas parecidos para que luego sean desarrollados por los estudiantes.

Se resalta el uso que hace una docente con las cintas adhesivas de colores ya que es un uso innovador en el sentido que logra mayor resultado de aprendizaje a comparación del uso único de plumones.

Observaciones de clases.

La mayoría de estudiantes tiene motivación y buena disposición para el desarrollo del área. Ellos buscan diferentes formas de resolución de un mismo problema. Sin embargo, al parecer los ejercicios y la actividad tienen un gran porcentaje de mecanicismo y algo monótonos ya que los estudiantes se distraen rápidamente cuando ya la actividad no les exige.

La docente se da cuenta que el uso de cintas adhesivas de colores ayuda mucho a la comprensión de los procedimientos gráficos en los estudiantes. Además, al ser un procedimiento nuevo para los estudiantes se motivan y tienen mejores expectativas con respecto al desarrollo de problemas geométricos.

Prueba de medición.

En el análisis cualitativo se concluye que, es necesario indicar que esta inclinación de los estudiantes hacia estrategias algebraicas de resolución de problemas es debido a la adaptación de modelos de desarrollo de problemas realizados por el (la) docente.

En el análisis cuantitativo se concluye que, el 51,2% de los estudiantes que representa a 69 de 135, se encuentra en el rango muy bajo y bajo del nivel de razonamiento geométrico. Es decir, la mayoría de estudiantes muestra procedimientos básicos de visualización y reconocimiento de figuras geométricas. Así mismo, muestran deficiencias de conocimientos básicos geométricos que le sirvan para seguir avanzando en el desarrollo y logro de los siguientes niveles de razonamiento.

Conclusión de la categoría estrategia didáctica para la resolución de problemas geométricos.

Se concluye que, los docentes hacen uso generalmente de una estrategia didáctica de tipo tradicional, ya que, el desarrollo de sus clases es expositiva, donde ellos tienen el mayor desenvolvimiento, mientras que los estudiantes permanecen en sus asientos esperando que el docente termine de resolver los ejercicios en la pizarra para que ellos puedan copiar. Esto también, se observa en el poco uso de materiales concretos o lúdicos para el área de geometría. Los docentes indican no conocer muchos de estos materiales que permitiría que el estudiante este más activo y además que pueda entender y asimilar mejor las características o propiedades de las figuras geométricas. La resolución de problemas geométricos requiere que el estudiante desarrolle estrategias de resoluciones nuevas, creativas y no siempre la misma estrategia algebraica para resolver.

Todo esto evidencia la necesidad de proponer una estrategia didáctica que promueva el descubrimiento de muchas posibilidades de solución ante una situación problemática, partiendo en gran medida desde su experiencia dentro y fuera del aula escolar.

Educación tradicional y mecánica.

Entrevistas.

La enseñanza de la Matemática no debe de orientarse hacia los métodos formales deductivos que priorizan la memorización y mecanicismo sino por el contrario aprovechar la iniciativa de los estudiantes y proponer el uso de métodos heurísticos y lúdicos.

Observaciones de clases.

El docente tiene un desarrollo de la clase de tipo mecanicista en el que los estudiantes copian lo que el desarrolla sin haber una profundización de los conceptos, definiciones o propiedades geométricas de las figuras estudiadas.

Prueba de medición.

En el análisis cualitativo se concluye que, el mecanicismo en la resolución de problemas se evidencia en la aplicación de propiedades al momento de resolver una ecuación planteada. Por lo tanto, proceden de manera mecánica en la aplicación de propiedades llegando generalmente a resultados errados.

En el análisis cuantitativo se puede concluir que, los estudiantes ubicados en el rango alto del nivel de razonamiento geométrico que representa a 21 estudiantes (15,6%) de 135, son estudiantes que proceden reestructurando los procedimientos hechos por el docente en la pizarra o guiado por el texto del área. Es decir, son estudiantes que tienden a mecanizar los procesos de resolución de problemas geométricos.

Conclusión de la categoría Educación tradicional y mecánica.

Se concluye que, la característica de la enseñanza de la geometría es mecánica, ya que, tanto el docente como el estudiante utilizan métodos mecánicos de aplicación de conceptos y propiedades. Es decir, son capaces de aplicar las propiedades pero no de argumentarlas o justificarlas. Esta argumentación no siempre debe ser formal; sino empezar de una forma más inductiva y lúdica donde el estudiante describe las propiedades de las figuras geométricas a través de gráficos, dibujos, esquemas u otras herramientas de reconocimiento y organización de datos, para llegar a una demostración que le permita entender lo realizado y recordarlo en situaciones problemáticas posteriores.

Esta mecanización es debido a la modelación del docente. Es decir, los estudiantes se han acostumbrado a repetir los mismos procedimientos usados por el docente cuando desarrollan un problema diferente. Esto, mecaniza al estudiante cuando lo conveniente es proponer situaciones problemáticas, que le permitan al estudiante escoger él mismo lo que mejor debería aplicar.

Así mismo, la dificultad está en la tarea o actividad propuesta por el docente, que muchas veces recurre es a extraer ejercicios o problemas de textos que no necesariamente están contextualizados para el grupo que está enseñando.

Discusión de los resultados.

El diagnóstico y resultados de este estudio realizado posibilitó caracterizar y comprender la situación de la resolución de problemas geométricos y de la estrategia didáctica que usan los docentes en el segundo grado de educación secundaria.

Estas características se observan en el empleo del enfoque por competencia de manera poco clara debido a la confusión en la forma cómo aplicar en el aula estrategias que desarrollen capacidades y competencias.

Así mismo, los docentes entienden el uso de la estrategia didáctica, orientado al desarrollo tradicional de ejercicios o problemas propuestos por el docente, que en su mayoría de veces son sacados de textos que no son contextualizados muchas veces por falta de tiempo y pericia. De esta manera, los docentes tienen una concepción de la estrategia didáctica, que se limita en general a lo tradicional, repetitivo y mecánico. Por otro lado, la resolución de problemas es vista más como una forma de desarrollar ejercicios en su mayoría de tipo mecánicos y no en su esencia de proponer nuevas rutas o estrategias de desarrollo.

Esto se debe a la poca de profundización y correcto uso en los métodos algorítmicos y también heurísticos que apoyan este desarrollo. Es decir, los docentes no han encontrado la suficiente experticia para proponer situaciones que exijan a los estudiantes desarrollar capacidades que involucren a su vez el desarrollo de la resolución de problemas y en consecuencia desarrollen el pensamiento matemático.

Esto contradice lo expresado por Dewey citado por Rossi (2003) que manifiesta la necesidad de usar la experiencia para el desarrollo de los aprendizajes duraderos. Así mismo, el aprender haciendo permite que los aprendizajes no se vuelvan mecánicos sino por el contrario estos son significativos ya son susceptibles de ser usados en otros contextos produciendo nuevos aprendizajes. Este uso adecuado de las experiencias previas de los estudiantes permite la creación de estrategias innovadoras de resolución de problemas.

Otra característica importante es la exigencia de la tarea o actividad de aprendizaje, la cual se limita a la exigencia de aplicación de fórmulas, propiedades o definiciones y no apunta a una exigencia cognitiva y procedimental posibilitando el desarrollo de capacidades creativas, críticas y reflexivas.

Estos elementos que identifican los (las) docentes ratifica la necesidad de la búsqueda de una nuevo proceder que permitan alcanzar los objetivo de esta investigación.

MODELACIÓN Y VALIDACIÓN DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA RESOLVER PROBLEMAS GEOMÉTRICOS

En esta tercera parte de la tesis, se presenta la estrategia didáctica para dar tratamiento a la resolución de problemas geométricos; está estructurado en dos partes, la modelación y la validación de la estrategia. La modelación se estructura en tres momentos; el primero donde se explican los fundamentos socioeducativo, pedagógico y curricular; el segundo donde se muestra la estructura de la estrategia y el tercer momento donde se presenta el plan general de la estrategia didáctica. Finalmente, en la parte de validación se muestra la viabilidad de la estrategia didáctica para su futura aplicación y generalización.

Modelación de la estrategia didáctica.

La modelación es un método científico utilizado en la sociología y el área educacional ya que conlleva la representación teórica de un modelo de la realidad que directamente no se puede investigar debido a causas como magnitud, distancia, tiempo, edad y otras características cambiantes en el objeto de estudio investigado.

Los modelos teóricos son sistemas ideales, producto de procesos de abstracción y generalización que representan las características y relaciones del objeto en estudio a partir de los fundamentos teóricos-prácticos del modelo. Estas representaciones se hacen evidentes generalmente a través de un gráfico o esquema en el que se precisan los vínculos existentes entre los elementos que intervienen en la representación del modelo (Torrecilla, Jiménez, & Hernández, 2009).

Primer momento: Fundamentación de la estrategia didáctica para la resolución de problemas geométricos.

La Estrategia Didáctica “hace referencia a un conjunto de acciones que se proyectan y se ponen en marcha de forma ordenada para alcanzar un determinado propósito” (Tobón, 2010, p. 246).

En el campo educativo, quien pone en marcha estas estrategias es el docente y a quién va dirigido es al estudiante con el fin de lograr determinados objetivos de aprendizaje. Las estrategias se planean y aplican de manera flexible, ya que, pueden sufrir reajustes en su aplicación de acuerdo a la complejidad del acto educativo.

Interesa centrar la presente estrategia didáctica, en un proceso que desarrolle la resolución de problemas geométricos bidimensionales en los estudiantes de Educación Secundaria, teniendo como apoyo la aplicación de estrategias de adquisición y organización del conocimiento que garanticen el dominio cognitivo de los estudiantes para luego iniciar el proceso de la resolución de problemas que conllevará la ejecución de procedimientos y actividades que involucren estrategias de desempeño de los estudiantes sin dejar de lado las propias experiencias que facilitaran el entendimiento del problema propuesto.

Bixio (2001), nos dice que “llamamos estrategia didáctica al conjunto de las acciones que realiza el docente con clara y explícita intencionalidad pedagógica” (p. 35). La autora remarca el hecho de que muchas de las acciones programadas en la estrategia didáctica no tienen intencionalidad pedagógica. Esto quiere decir, que no siempre la selección de la estrategia didáctica coincide explícita y manifiestamente con los objetivos formulados en su planificación y por ende no todo lo que el docente hace dentro del aula responde a intenciones pedagógicas. También, indica que los docentes no tienen conciencia clara de qué hace o por qué lo hace sobre la base de un conocimiento pedagógico teórico y empírico.

Los elementos mencionados en los párrafos anteriores, son necesarios considerarlos en la presente estrategia didáctica, ya que, nos facilitará su caracterización y proyección a largo plazo. Es decir, es necesario que la estrategia didáctica se caracterice en términos aplicativos como herramienta de uso para desarrollar actividades y acciones exigentes y retadoras al estudiante, permitiéndole descubrir sus propias capacidades y posibilidades de desarrollarlas a través de nuevas propuestas de actividades desde sus propios intereses lo cual harán que se logre una mayor significatividad en los aprendizajes adquiridos.

De la misma manera, la estrategia didáctica debe proyectarse a desarrollar otras actividades que abarquen otros ciclos de estudio considerando la posibilidad de adaptación a los grados superiores, para esto se deberán adecuar otras actividades pensadas en la edad y desarrollo cognitivo y procedimental de los estudiantes a los que se pretende abarcar.

Por todo ello, es necesario fundamentar la presente estrategia didáctica desde el ámbito socioeducativo, pedagógico y curricular.

Fundamento socioeducativo.

Descripción geográfica, social y económica del contexto escolar.

La presente investigación, se desarrolla teniendo como contexto la Región Callao, el distrito de Ventanilla y la ciudadela Pachacutec. Según el censo y empadronamiento del Gobierno Regional del Callao realizado en el año 2007, el distrito de Ventanilla presenta la tasa de analfabetismo más alta de la región con un 65,7% del total. Además, el distrito de Ventanilla es considerado el más pobre de la Región Callao, concentrando los mayores niveles de pobreza y pobreza extrema localizada en asentamientos humanos con viviendas hacinadas hasta en un 31,1% de toda la Región Callao. Así mismo, la Ciudadela Pachacutec, donde se ubican los colegios en estudio, es una ciudad fundada en un desierto en el año 2000 por el gobierno del Ingeniero Alberto Fujimori, luego del desalojo de una invasión en el distrito de Villa el Salvador. Esta ciudadela rápidamente fue poblada por familias que provenían de diferentes distritos de Lima y en posterior inclusive de otros departamentos.

En la actualidad, la Ciudadela Pachacutec no cuenta con servicio de agua potable y desagüe, siendo sustituidos por reparto de agua de pozos que son llenados por cisternas y por silos que son hechos en la profundidad de los arenales. Gracias a las gestiones y pedidos de los pobladores esta situación está a punto de revertirse en la obtención del agua potable y desagüe, para los próximos años. Pachacutec ha sido llamada muchas veces ciudad dormitorio debido a que sus pobladores tienen que salir muy temprano y regresar muy tarde del trabajo a causa de la lejanía en la que se encuentra la ciudadela y principalmente a que las zonas industriales que existen aún no tienen la magnitud y alcance para dar trabajo a la mayor parte de la población en esta zona. Sin embargo, en los últimos años esta situación se ha ido mejorando gracias al crecimiento de las microempresas o empresas familiares y al aumento del comercio debido a la gran cantidad de población que existe.

Por otro lado, en Pachacutec se ha venido incrementando la delincuencia desde asaltos menores hasta asesinatos por robo y venganzas de pandillas. Esto, se debe principalmente a la existencia de grupos organizados, en su mayoría pertenecientes al gremio de construcción civil, que intimidan a personas comunes como a pequeños empresarios mediante el delito de la extorsión o el robo. Esto ha generado, que los estudiantes al salir del colegio hayan sido asaltados o golpeados por algunos pandilleros que intentan ofenderlos y quitarles algunas pertenencias.

Ante este panorama, la red de colegios se ha convertido en un centro donde los estudiantes aprenden valores de respeto, solidaridad comunitaria a través de escuela de padres, charlas vocacionales, talleres de arte y otros proyectos educativos que les brindan esa necesidad de realizar actividades sin dañar al otro y de brindar su tiempo al que más lo necesita. En este contexto, los estudiantes muestran buena actitud escolar aumentando las facilidades para el desarrollo de nuevos proyectos educativos.

Nombres y ubicación de las Instituciones Educativas.

- ✓ I.E. San Martín de Pachacutec. Sector B2 – Ciudadela Pachacutec, Ventanilla–Callao.
- ✓ I.E. San Francisco Solano de Pachacutec. Sector E4 – Ciudadela Pachacutec, Ventanilla–Callao.
- ✓ I.E. San Juan Macías de Pachacutec. Sector C – Ciudadela Pachacutec, Ventanilla–Callao.
- ✓ I.E. Santa María Asunta al Cielo. Sector A – Ciudadela Pachacutec, Ventanilla–Callao.

Características de la Instituciones Educativas.

Las instituciones educativas en estudio, pertenecen a una red de colegios de convenios con el estado peruano pertenecientes a la ONG COPRODELI (Comunidad, Promoción, Desarrollo y Liberación). Estas instituciones educativas son de orientación religiosa cristiana católica y se fundamenta en el humanismo cristiano. Lo que le da una característica específica que es plasmada en toda su propuesta de gestión y pedagógica a nivel de Ventanilla y el Callao.

Es necesario mencionar, que el estado peruano a través del Ministerio de Educación se encarga de pagar el sueldo y todos los beneficios a los docentes nombrados y contratados que laboran en esta red de colegios. Todo el personal restante, director(a), administrativos, personal de limpieza, guardián, personal de cocina y otros, son pagados por los padres de familia y por la ONG a través de voluntarios y apoyos externos. Además, en lo que respecta a otros programas o proyectos impulsados por el estado, la I.E. ha sido considerada, desde hace unos años atrás, para recibir textos escolares para cada estudiantes en los tres niveles educativos inicial, primaria y secundaria, materiales de limpieza, materiales educativos en los tres niveles y otros beneficios que cuentan las instituciones educativas públicas que no son de convenio.

Esta red de colegios, cuenta con solo una sección por grado o año de estudios en el nivel secundario, es decir, 5 aulas en el nivel secundario (1ero a 5to). Por otra parte, también cuenta con un aula de computación, una biblioteca, un ambiente para laboratorio de ciencias y una capilla.

Descripción del grado y nivel:

La presente investigación se realizó en el 2do año del nivel secundario en su modalidad de Educación Básica regular. En este caso, nos referimos a 135 estudiantes en el 2do año entre hombres y mujeres que se encuentran entre 11 y 13 años de edad, en las cuatro instituciones educativas en estudio.

A su vez, en estos grados el área que nos interesa investigar es el de geometría, que según las propuestas del ministerio de educación y la gran mayoría de textos escolares desarrollan todo el amplio campo de la geometría plana o bidimensional.

Como ya se dijo en el diagnóstico, las características de los estudiantes son favorables a pesar de las dificultades del medio. Es decir, que la influencia de la propuesta educativa de esta red de colegios y todos sus actores hace fuerte el vínculo entre estudiante y la institución educativa. Estos vínculos son reforzados permanentemente a través de la realización de talleres libres como coro, danza, teatro, música y otros; todos enmarcados en una mirada humana cristiana.

Fundamento pedagógico.

El fundamento pedagógico de la presente investigación, lo conforman en primer lugar los supuestos filosóficos y pedagógicos de John Dewey. Este teórico plantea el aprendizaje progresivo a través del aprender haciendo y aprender de las experiencias. Estas ideas nos sirven para proponer actividades que priorizan las experiencias de los estudiantes para que sirvan de sustento a un aprendizaje futuro y más significativo.

A su vez, Dewey indica la necesidad de aprovechar el contexto en el que los estudiantes se desenvuelven y las experiencias previas que después serán utilizadas como insumo para la propuesta de situaciones generadoras de problemas. De este modo, la experiencia previa de los estudiantes hará que las situaciones problemáticas propuestas le sean motivadoras, retadoras y atractivas de ser resueltas

Por otro lado, los argumentos metodológicos heurísticos de George Polya nos ofrece la posibilidad de proponer actividades que propician el uso de procedimientos o fases para resolver un problema. Estas fases buscan que el estudiante descubra sus propias formas y usos de hallar una estrategia adecuada para resolver el problema planteado. De igual manera, propician el uso de materiales concretos que facilitan el descubrimiento de manera inductiva de leyes y principios matemáticos, que sin esa característica concreta no podrían ser visualizados por la mayoría de estudiantes del área de geometría.

Por último, el modelo de razonamiento geométrico propuesto por los esposos Van Hiele brinda el fundamento psicológico cognitivo para el desarrollo del pensamiento geométrico en los estudiantes. Van Hiele propone cinco niveles de razonamiento geométrico de manera progresiva, siendo considerados los cuatro primeros niveles en la presente investigación. A su vez, propone fases de enseñanza de la geometría que son necesarias desarrollar para que los estudiantes puedan pasar de un nivel a otro de razonamiento geométrico.

La presente estrategia didáctica, asume el enfoque por competencias que se concretiza en la realización de desempeños por parte de los estudiantes. Estos desempeños nos proporcionan la evidencia del logro de las competencias matemáticas.

Este enfoque por competencias está en concordancia con las propuestas actuales de los documentos normativos curriculares nacionales peruanos que fueron analizados anteriormente.

A sí mismo, se asume el enfoque de Resolución de Problemas Matemáticos el cual permite la consolidación de todas las actividades de enseñanza y aprendizaje orientadas al desarrollo del pensamiento matemático y su posterior aplicación en un contexto actual, vivencial y particular.

Por último es necesario indicar, que los teóricos mencionados en los párrafos anteriores han sido argumentados en el marco teórico del presente estudio, llamado resolución de problemas geométricos en Educación Secundaria.

Fundamento curricular.

El propósito curricular de la presente estrategia didáctica, es brindar al docente de Matemática en el área de geometría, actividades pensadas y organizadas para lograr aprendizajes y desempeños que evidencien el logro de competencias matemáticas propuestas en la estrategia didáctica y en concordancia a las exigencias del Ministerio de Educación Peruano. Todo esto, con miras a desarrollar en los estudiantes pensamientos complejos que permitan su desenvolvimiento efectivo y armonioso en la sociedad actual globalizada y tecnológica.

Estas actividades que diseña el docente tendrán repercusión directa en los estudiantes, ya que, ellos serán los encargados de aplicarlas y desarrollarlas, ya que se tiene previsto que estas actividades puedan sufrir modificaciones necesarias de acuerdo a la exigencia, el nivel de desarrollo académico e inclusive edad de los estudiantes.

El diseño curricular nacional vigente (DCN, 2009), precisa que toda programación curricular es diversificable, abierta y flexible, es decir, están sujetas a cambios de acuerdo a las necesidades y contexto en el que se desarrollan los aprendizajes. Así mismo, el Nuevo Marco Curricular Nacional (2015) indica que en el caso de los ocho aprendizajes fundamentales establecidos, todas las instituciones educativas deben orientar sus propósitos y objetivos hacia el logro de esos aprendizajes fundamentales en sus estudiantes, es decir, lo fundamental y básico que deben proponerse son lograr estos ocho aprendizajes, a partir de ahí pueden incrementar y mejorar estos logros en función a las realidades regionales, locales e institucionales. En este sentido, el DCN (2009) promueve y plantea el desarrollo del pensamiento matemático y la aplicación de estrategias desde el enfoque de resolución de problemas en y para un contexto social, cultural, económico, científico e intelectual.

En definitiva, la estrategia didáctica que se presenta propone una secuencia lógica y sistemática que parte de los lineamientos establecidos en los documentos curriculares nacionales e integra las necesidades locales con las necesidades de aprendizaje. De esta manera, se plantean actividades que están en función a las competencias, capacidades, conocimientos e indicadores que plantea el DCN (2009) y a las propuestas teóricas sobre el razonamiento geométrico y la resolución de problemas matemáticos.

Competencias, capacidades e indicadores.

Las competencias, capacidades e indicadores para diseñar las sesiones de aprendizaje han sido contextualizadas a partir de la propuesta del ministerio de Educación peruano. A continuación, se presenta un cuadro de doble entrada donde se relaciona las sesiones de aprendizaje con sus respectivas competencias, capacidades, conocimientos e indicadores, que más adelante será especificadas y desarrolladas. Estos programas y sesiones desarrollados son una propuesta que deberá ser contextualizada, evaluada y mejorada por cada docente en el objetivo de lograr la competencia matemática en los estudiantes del segundo año de Educación Matemática.

Tabla 12.

Competencias, capacidades, conocimientos e indicadores propuestos según la sesión de aprendizaje.

Competencia	Capacidad	Eje temático	Sesión de aprendizaje	Conocimientos	Indicadores
Resuelve situaciones problemáticas de contexto real y matemático que implican la construcción del significado y el uso de figuras geométricas triangulares y cuadrangulares así como los teoremas y propiedades relacionados, utilizando diversas estrategias de solución y justificando sus procedimientos y resultados.	Matematiza situaciones • Plantea relaciones geométricas en situaciones artísticas y las expresa en un modelo que combinan transformaciones. • Reconoce la restricción de un modelo relacionado a transformaciones y lo adecuada respecto a un problema.	Construcción del significado y uso de los procesos de transformación geométrica de reflexión, rotación y traslación, así como los principios de simetría de figuras poligonales planas en situaciones problemáticas de cálculo y medida.	Sesión n° 1. “Realizamos estampados con figuras simétricas”	Transformaciones geométricas y simetría. 1. Reflexión respecto a un eje o simetría axial. 2. Figuras simétricas respecto a ejes.	Construye figuras simétricas a partir de una figura inicial, haciendo uso del proceso de reflexión respecto a un eje. Describe ejemplos de figuras simétricas respecto a un eje presentes en entornos cotidianos.
	Comunica y representa ideas matemáticas Describe las características de la composición de transformaciones geométricas de figuras. • Grafica la composición de transformaciones de rotar, ampliar y reducir en un		Sesión n° 2. “Usamos los geoplanos para representar figuras simétricas”	Transformaciones geométricas y simetría. 1. Rotación. 2. Figuras simétricas respecto a la rotación.	Reconoce el empleo de procesos de rotación de figuras en contextos matemáticos y no matemáticos (arte, arquitectura, dibujo, etc.). Corrige o amplía las descripciones propuestas por el profesor sobre dos o

plano cartesiano o cuadrícula.			más figuras transformadas mediante una rotación.
Elabora y usa estrategias	Sesión n° 3.	Transformaciones	Construye figuras simétricas respecto a dos o más puntos a partir de una misma figura inicial.
Realiza composición de transformaciones de rotar, ampliar y reducir, en un plano cartesiano o cuadrícula al resolver problemas, con recursos gráficos y otros.	“Construimos cometas representando o figuras simétricas”	geométricas y simetría. 1. Reflexión respecto a un punto o simetría central. 2. Figuras simétricas respecto a un punto.	Reconoce el empleo de procesos de traslación de figuras en contextos matemáticos y no matemáticos.
Razona y argumenta generando ideas matemáticas	Sesión n° 4.	Transformaciones	Cuestiona los procesos y movimientos de traslación propuestos para una figura poligonal determinada en un plano cartesiano.
Explica las transformaciones respecto a una línea o un punto en el plano de coordenadas por medio de trazos.	“Ordenar para adornar”	geométricas y simetría. 1. Traslación. 2. Figuras simétricas respecto a la traslación.	Elabora conceptos e ideas acerca de una figura geométrica y dos transformaciones propuestas.

Fuente: Elaboración propia.

Segundo momento: Estructura de aplicación de la estrategia didáctica.

La estrategia didáctica que se presenta, está en concordancia con los procesos pedagógicos necesarios para el logro de las competencias matemáticas en los estudiantes. A su vez, incide en los componentes del proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que, prevé el diseño de proyectos, talleres, unidades de aprendizaje, sesiones de aprendizajes y otros instrumentos curriculares de planificación necesarios según el avance y desarrollo de la solución al problema investigado. Estos componentes van desde la concepción del mismo problema investigado hasta la evaluación, centrándose en el momento central del acto didáctico, el desarrollo de las sesiones de aprendizaje.

El siguiente esquema muestra las etapas de la estrategia didáctica en relación con la planificación y ejecución del proceso enseñanza-aprendizaje de la geometría. A su vez, se muestra las acciones de los actores principales en el desarrollo de la sesión de aprendizaje, el estudiante y el docente.



Figura 4. Estructura de la estrategia didáctica en la investigación.

Fuente: Elaboración propia.

Descripción de la estructura general de la estrategia didáctica.

Etapas de la estrategia didáctica.

Para la elaboración de esta estrategia es necesario desarrollar las siguientes etapas:

- ✓ Primera etapa de inducción y exploración: En esta etapa es necesario un acercamiento de los docentes con la estrategia didáctica a través de un programa de capacitación para sensibilizar, comprender y comprometer en la necesidad de la aplicación de la estrategia didáctica formulada previamente.
- ✓ Segunda etapa de diagnóstico y determinación de objetivos: Una vez realizada la inducción, es necesario realizar el diagnóstico de los estudiantes a través de una prueba de inducción que medirá el nivel de conocimientos básicos para iniciar la asignatura. Así mismo, se medirá el nivel de conocimiento y uso de los instrumentos y materiales en el área de geometría. Una vez realizado el diagnóstico se determinarán los objetivos para incidir en el desarrollo del pensamiento matemático.
- ✓ Tercera etapa de elaboración de las actividades y acciones: A partir de las experiencias previas de los estudiantes y las necesidades de aprendizaje se formularán las situaciones problemáticas que permitirán dar tratamiento al proceso de resolución de problemas geométricos para desarrollar el pensamiento matemático.
- ✓ Cuarta etapa de elaboración de instrumentos: En esta etapa se desarrollará todos los instrumentos curriculares como programas bimestrales, proyectos de aprendizaje, talleres y sesiones de aprendizaje. Estos serán desarrollados por docentes y estudiantes durante el año académico.
- ✓ Quinta etapa de evaluación: Aquí se evaluará el impacto que tuvo la estrategia durante su aplicación. Así mismo, servirá para reformular y proponer mejoras en la estrategia didáctica propuesta.

Planificación del proceso enseñanza-aprendizaje de geometría.

Para iniciar la planificación se debe empezar por el diagnóstico realizado a los estudiantes. Este diagnóstico muestra que los estudiantes del segundo año de Educación Secundaria tienen bajo o muy bajo nivel de razonamiento geométrico según los resultados de la prueba realizada.

Así mismo, los estudiantes en su mayoría repiten de manera mecánica las estrategias de solución que desarrolla el docente, es decir, el docente no desarrolla estrategias variadas y propias de la enseñanza en geometría. Tampoco está promoviendo el desarrollo y uso de estrategia de resolución elaboradas por los estudiantes, ya que en su mayoría utilizan el álgebra para desarrollar problemas geométricos. Una vez identificadas las necesidades de aprendizaje de los estudiantes, estas deben ser integradas en el proyecto educativo de la institución y en consecuencia en los programas del área de matemática que se implementen en el desarrollo del año académico.

En los programas curriculares o proyectos de aprendizaje que se realicen, se deben tener en cuenta los principios didácticos de la relación de la teoría con la práctica, para fomentar la recreación o modelación en el aula de clase de los fenómenos o problemas de realidad que serán matematizados y simbolizados para su comprensión y desarrollo.

De esta manera, es necesario considerar los conocimientos sólidos a nivel disciplinar del docente y el estudiante, es decir, no se debe dejar de lado los conocimientos geométricos básicos que servirán para comprender de manera adecuada las situaciones problemáticas geométricas. Los otros dos principios considerados, son el de la actividad independiente de los estudiantes y la atención a las diferencias individuales.

Ejecución del proceso enseñanza-aprendizaje de geometría.

Durante el desarrollo de la sesión de aprendizaje, el docente debe seguir las fases propuestas por el modelo Van Hiele para la enseñanza de la geometría. Esto le permitirá, orientar el progreso en el desarrollo de los niveles de razonamiento geométrico en los estudiantes.

Del mismo modo, se debe propiciar el desarrollo de los niveles de razonamiento geométrico propuesto por Van Hiele en los estudiantes. Según el diagnóstico los estudiantes en su mayoría se encuentran en los niveles 1 y 2 de visualización y análisis, lo que indica la necesidad de promover estrategias que desarrollen los otros dos niveles de deducción informal y formal. Así mismo, el docente debe tener en cuenta las fases de resolución de problemas geométricos por el cual los estudiantes deben pasar para desarrollar las situaciones problemáticas propuestas.

Acciones y procedimientos.

Las acciones previstas para los docentes, son la capacitación y el desarrollo de las programaciones bimestrales. Estas actividades se realizarán en los meses de planificación curricular. Así mismo, se prevé la integración de algunas actividades y conocimientos disciplinares entre áreas curriculares afines, ya que las situaciones problemáticas propuestas se encuentran contextualizadas y no dependen del desarrollo lineal de los contenidos del área sino del objetivo de resolver el problema planteado.

Las acciones previstas para los estudiantes abarcan la participación en talleres de inducción para consolidar los conocimientos geométricos básicos y para el uso adecuado de las herramientas y materiales (manuales, escritos, digitales) que le servirán para la comprensión de los problemas geométricos a ser resueltos.

En sentido general, la estrategia didáctica es flexible debido a los cambios naturales del contexto local y mundial. Así mismo, deberá ser modificada una vez se vuelve contradictoria con los objetivos de aprendizaje de los estudiantes. Para ello, es necesario tener claro la misión, visión y los valores de la institución educativa que la aplica ya que dependerá de la coherencia con los planes institucionales y recursos pedagógicos del éxito de la estrategia didáctica (Cruzata, 2007).

Tercer momento: Plan general de la propuesta.***Objetivo general de la estrategia didáctica.***

Contribuir en el desarrollo del proceso de resolución de problemas geométricos bidimensionales en los estudiantes del segundo año de Educación Secundaria, en la adquisición de conocimientos básicos geométricos que fundamenten el uso creativo de estrategias de resolución de problemas geométricos consolidándose en soluciones innovadoras y propias a partir de actividades y situaciones problemáticas en la enseñanza-aprendizaje del área de Matemática y acorde al enfoque de competencia y de resolución de problemas para la vida.

Lineamientos para organizar las programaciones bimestrales y sesiones de aprendizaje propuestas en la estrategia didáctica.

Se presentan sesiones de clase para la resolución de problemas por medio de situaciones problemáticas en la enseñanza-aprendizaje del área geometría en estudiantes del segundo grado de Educación Secundaria de las instituciones educativas de la red Pachacutec Coprodeli.

En lo esencial, en concordancia a las competencias y capacidades del área Matemática propuestas por el ministerio de Educación en el DCN- 2009 y su modificatoria RM 199 del año 2015, se busca brindar actividades y procedimientos de enseñanza-aprendizaje distribuidas en clases organizadas a partir de situaciones problemáticas contextuales, conocimientos y métodos conducentes a la solución del problema. Las sesiones de clases presentan actividades que posibilitan el trabajo individual y colectivo en función de las situaciones problemáticas propuestas cuyas soluciones constituyen la creación de nuevos y particulares procedimientos que se corresponden con la estrategia de solución elegida por el o los estudiantes que resuelven el problema.

Se asume la programación bimestral correspondiente a una unidad de aprendizaje y en cuyo interior se trabaja dividido en meses el desarrollo de actividades orientadas al desarrollo de los niveles de razonamiento geométrico de visualización, análisis, deducción informal y formal para la consolidación y logro del pensamiento matemático en función al enfoque de resolución de problemas.

Los esquemas que se muestran a continuación, nos muestran los lineamientos a tener en cuenta para desarrollar las programaciones bimestrales y las sesiones de aprendizaje.

Organización de la programación bimestral.

La siguiente tabla, muestra los elementos que se deben considerar para la elaboración de las programaciones bimestrales. Luego, estos elementos deben ser plasmados en el desarrollo de las sesiones de aprendizaje.

Tabla 13

Organización de una programación bimestral.

Primer Mes: Talleres de inducción y exploración al área de Geometría.				
Contenidos	Actividades	Métodos	Medios y Materiales	Evaluación
Adquieren un vocabulario geométrico necesario para entender conceptos y situaciones problemáticas.	Realizan un diccionario geométrico ilustrado. Este puede ser hecho en manuscrito, digital o interactivo.	Heurístico. Laboratorio. Estudio dirigido.	Hojas bond. Escuadras. Separatas.	Claridad en las definiciones y conceptos geométricos a estudiar. Originalidad en el diseño del diccionario que ayude a motivar su uso.
Utilizan materiales e instrumentos propios del área Geometría.	Diseñan polígonos de “n” lados usando regla, compás y transportador. Grafican estos polígonos en un geoplano para luego transformarlos en otras figuras equivalentes.	Visualización geométrica. Análisis. Representación gráfica. Estudio dirigido. Esquemas conceptuales.	Regla Compás Transportador Geoplano. Hojas bond. Guía de trabajo.	Precisión en el dibujo. Creatividad.
Creación de las situaciones problemáticas geométricas a partir de las experiencias previas de los estudiantes y de su contexto.	Diseñan un modelo matemático de un fenómeno físico real llamado “Salvando los Humedales de Ventanilla” que es necesario resolver en su comunidad. Diseñan problemas para ser resueltos representando algebraicamente los procedimientos de solución.	Modelización. Algebraicos. Heurísticos.	Fichas de trabajo de campo. Listas de cotejo. Encuestas. Entrevistas.	Orden lógico en la composición de las situaciones problemáticas. Originalidad en el diseño.

Segundo Mes: Transformaciones geométricas y simetría.				
Contenidos	Actividades	Métodos	Medios y Materiales	Evaluación
1. Reflexión respecto a un eje o simetría axial. 2. Figuras simétricas respecto a ejes.	Hallan el reflejo de un cuadrilátero en un plano cartesiano. Identificar la simetría de figuras geométricas a partir de dibujos o siluetas.	Heurístico. Estudio dirigido. Esquemas lógicos.	Espejo Láminas de objetos simétricos	Construye figuras simétricas a partir de una figura inicial, haciendo uso del proceso de reflexión respecto a un eje. Describe ejemplos de figuras simétricas respecto a un eje presentes en entornos cotidianos.
3. Rotación. 4. Figuras simétricas respecto a una rotación.	Describen la rotación de una figura geométrica respecto a un punto de rotación. Hallan el eje de simetría e identifican figuras simétricas y no simétricas.	Heurístico. Estudio dirigido. Esquemas lógicos.	Hojas bond Geoplano Láminas Cartulina Hojas Bond	Reconoce el empleo de procesos de rotación de figuras en contextos matemáticos y no matemáticos (arte, arquitectura, dibujo, etc.). Corrige o amplía las descripciones propuestas por el profesor sobre dos o más figuras transformadas mediante una rotación.
5. Reflexión respecto a un punto o simetría central. 6. Figuras simétricas respecto a un punto.	Hallan la simetría central de una cometa hecha por los estudiantes. Construyen figuras simétricas respecto a un punto en un plano cartesiano.	Heurístico. Estudio dirigido. Esquemas lógicos.	Laminas, Hojas bond. Separatas impresas. Reglas, escuadras y compás, Cañas o palillos de madera, pabito y papel de colores.	Construye figuras simétricas respecto a dos o más puntos a partir de una misma figura inicial. Reconoce el empleo de procesos de traslación de figuras en contextos matemáticos y no matemáticos
7. Traslación. 8. Figuras simétricas respecto a la traslación.	Trasladan triángulos en un vector dado en un plano cartesiano. Realizan figuras simétricas hechas de palitos de chupete donde se muestra la traslación.	Heurístico. Estudio dirigido. Esquemas lógicos.	Laminas, Hojas bond. Separatas impresas. Reglas, escuadras y compás, Palitos de chupete. Pegamento.	Cuestiona los procesos y movimientos de traslación propuestos para una figura poligonal determinada en un plano cartesiano. Elabora conceptos e ideas acerca de una figura geométrica y dos transformaciones propuestas.

Fuente: Elaboración propia.

Organización de las sesiones de aprendizaje.

En la planificación de las sesiones de aprendizaje, se debe tener en cuenta el diagnóstico realizado a los estudiantes y los supuestos teóricos que sustentan las actividades a proponer. A continuación, se muestran los nombres de cuatro sesiones propuestas, sus actividades e indicadores relacionados con el diagnóstico y los fundamentos teóricos. El desarrollo de las sesiones propuestas, se encuentra en los anexos (ver anexo 10).

Tabla 14

Organización de las sesiones de aprendizaje propuestas.

Nombre de la actividad	Acción de intervención	Indicadores	Diagnóstico	Supuestos teóricos
Sesión 1 "Realizamos estampados con figuras simétricas"	Los estudiantes dibujan sus nombres con letra imprenta usando escuadras de modo que abarque toda una hoja bond. Luego observan lo escrito en un espejo. A partir de ello se presenta la situación problemática.	• Construye figuras simétricas a partir de una figura inicial, haciendo uso del proceso de reflexión respecto a un eje.	Bajo nivel de razonamiento geométrico. Enseñanza tradicional y mecánica.	Dewey (1946) pone de realce el "aprender haciendo" como una las situaciones fundamentales que la institución educativa debe propiciar. Dewey nos indica que el aprender por experiencia es la relación que existe entre lo que nosotros hacemos y las consecuencias que se derivan de este quehacer pudiendo ser experiencias agradables o desagradables.
	Los estudiantes trazan en el centro de una hoja la silueta de su mano izquierda, luego doblan la hoja por la mitad y analizan como se ve la parte izquierda y derecha de la hoja.	• Describe ejemplos de figuras simétricas respecto a un eje presentes en entornos cotidianos.	Uso exclusivo y mayoritario de estrategias algebraicas de resolución de problemas en geometría.	Polya (1965) "resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no es conseguible de forma inmediata, utilizando los medios adecuados"
	Los estudiantes reciben láminas de objetos reales. Luego ellos lo clasificaran en cuadro de doble según el criterio de si es una figura simétrica o no.			
	El docente indica tener en cuenta el concepto de eje de simetría para desarrollar la actividad.			
Sesión 2 "Usamos los geoplanos para representar figuras simétricas"	Los estudiantes Observan láminas de marcas de autos famosos. Luego trazan el eje de simetría e identifican si son figuras simétricas o no. Los estudiantes realizan trazos y dobleces a los ejes de simetría de diferentes figuras geométricas según su criterio, usando cartulinas y	• Reconoce el empleo de procesos de rotación de figuras en contextos matemáticos y no matemáticos (arte, arquitectura, dibujo, etc.). • Corrige o amplía las descripciones propuestas por el	Bajo nivel de razonamiento geométrico. Enseñanza tradicional y mecánica. Uso exclusivo y mayoritario de	Dewey consideraba que el contexto en el que se plantean los problemas es importante para el interés de los estudiantes inclusive en aquellos declarados como caso desesperante si se da un tratamiento diferente o se utiliza otro método pudiendo un estudiante con poca

	hojas bond. Se presenta una cuadrícula con una serie de puntos. Imagina cosas a tu alrededor que sean simétricas. Une los puntos para dibujar las cosas que has imaginado.	profesor sobre dos o más figuras transformadas mediante una rotación.	estrategias algebraicas de resolución de problemas en geometría.	actitud al estudio resolver problemas considerados difíciles si se los convierte en concretos mediante el trabajo manual . (López, 1996).
Sesión 3 “Construimos cometas representando figuras simétricas”	Los estudiantes observan una imagen de la carta K del rey del juego de cartas. Luego responden las siguientes preguntas: ¿A través de qué transformación se ha podido convertir estas dos imágenes del rey en una sola? Luego observan la imagen de una estrella simétrica de 5 y 6 vértices en una misma imagen. ¿Cómo están ubicados los vértices de esta estrella respecto al centro de rotación? A partir de estas figuras y preguntas los estudiantes elaboran una cometa en el que incluirán en sus diseños las ideas de simetría central o reflexión.	• Construye figuras simétricas respecto a dos o más puntos a partir de una misma figura inicial. • Reconoce el empleo de procesos de traslación de figuras en contextos matemáticos y no matemáticos.	Bajo nivel de razonamiento o geométrico. Enseñanza tradicional y mecánica. Uso exclusivo y mayoritario de estrategias algebraicas de resolución de problemas en geometría.	Polya (1962) citado por Santos 2007 “establece que tener un problema significa buscar conscientemente alguna acción apropiada para lograr una meta claramente concebida pero no inmediata de alcanzar” (p. 50). Esta caracterización implica, estar consciente de una dificultad, tener deseos de resolverla y la no existencia de un camino inmediato para resolverlo
Sesión 4 “Ordenar para adornar”	El docente a través de una lluvia de ideas recuerda los conocimientos anteriores sobre figuras simétricas. - Los estudiantes observan en una lámina las huellas dejadas por un perro. Luego responden las siguientes preguntas: ¿Cómo se encuentran las huellas de la pata delantera derecha una respecto de la otra? ¿Y de la pata trasera izquierda? A partir de estas figuras y preguntas los estudiantes elaboran una estructura hecha con palitos de chupete en el que incluirán diseños de las ideas de figuras hechas mediante la traslación. Y que puede servir de para adornar su casa o el aula de clase. en el que incluirán en sus diseños las ideas de simetría central o reflexión.	• Cuestiona los procesos y movimientos de traslación propuestos para una figura poligonal determinada en un plano cartesiano. • Elabora conceptos e ideas acerca de una figura geométrica y dos transformaciones propuestas.	Bajo nivel de razonamiento o geométrico. Enseñanza tradicional y mecánica. Uso exclusivo y mayoritario de estrategias algebraicas de resolución de problemas en geometría.	Para John Dewey, la Educación es sinónimo de crecimiento y desarrollo de capacidades colocando a la “experiencia” como instrumento del desarrollo de estas capacidades. Dewey propone una Educación centrada en los intereses del educando, el uso de materiales, actividades recreativas y contacto con situaciones de la vida real. En este sentido, nos dice que se debe Aprender haciendo, es decir, que el saber de los libros debe estar subordinado a la experiencia real (Rossi, 2003).

Fuente: Elaboración propia.

Fases de la resolución de problemas geométricos en el desarrollo de las sesiones de aprendizaje.

Basado en los modelos de resolución de problemas desarrollados en los fundamentos teóricos pedagógicos y curriculares, se propone cinco fases para la resolución de problemas geométricos. Estas fases, se definen de la siguiente manera:

Tabla 15

Fases propuestas para la resolución de problemas.

PRIMERA: Fase de inducción o exploración, donde se desarrollará el método de laboratorio que busca que los estudiantes exploren desde un mundo concreto las situaciones problemáticas posibles en la geometría bidimensional. Se dará énfasis a la experiencia de los estudiantes. A su vez, en esta fase se busca que el estudiante logre dominar y entender la terminología y conceptos que se abordarán luego en el proceso en sí de la resolución de problemas matemáticos.

OBJETIVO	ACCIONES	CONTROL	RESULTADOS ESPERADOS
- Determinar el nivel de adquisición de conocimientos geométricos necesarios para el desarrollo de las clases en este nivel de estudios. - Reforzar los conocimientos básicos del área de geometría. Así mismo, el uso de los instrumentos y materiales necesarios para el desarrollo de las clases.	- Caracterización y diagnóstico pedagógico de los estudiantes. - Desarrollo de talleres de inducción para reconocimiento aprendizaje de los conceptos básicos y necesarios para el desarrollo del área geometría. - Desarrollo de talleres para el correcto uso de materiales manuales, escritos y digitales para el desarrollo del área geometría. - Identificación de las situaciones problemáticas a partir de las experiencias y expectativas de los estudiantes, para el desarrollo posterior del área geometría.	Verificar la relación entre los objetivos de los talleres y los instrumentos de diagnóstico con el objetivo de la estrategia didáctica.	Caracterizar el estado actual de la Resolución de problemas de los estudiantes en la enseñanza-aprendizaje del área geometría.

SEGUNDA: Fase de problematización de situaciones reales, donde se propone situaciones problemáticas desde el contexto real, de modo que se dé inicio a la matematización de la situación planteada y su traducción al lenguaje y simbología matemática. En esta fase es importante, que la situación a plantearse exija en los estudiantes tareas que llevan a reflexionar, buscar y utilizar estrategias innovadoras para él.

OBJETIVO	ACCIONES	CONTROL	RESULTADOS ESPERADOS
Plantear situaciones problemáticas a partir del contexto de los estudiantes priorizando las necesidades de aprendizaje de los estudiantes sobre los contenidos o conocimientos tradicionalmente estructurados.	Estimular el inicio del proceso de matematización a través de representaciones simbólicas generalmente algebraicas a partir de expresiones comunes y literales. Diseñar sesiones de clase teniendo en cuenta los procesos de resolución de problemas matemáticos y los niveles de razonamiento geométrico.	Analizar y verificar las representaciones simbólicas halladas por los estudiantes. Monitorear la planificación de las sesiones de clase usando instrumentos de verificación.	Manejo adecuado de la simbología matemática con el propósito de iniciar el planteamiento de la situación problemática. Planificación de sesiones de clase previstas al desarrollo de la resolución de problemas y niveles de razonamiento geométrico.

TERCERA: Fase de comprensión del problema, en esta fase los estudiantes pondrán en práctica lo asimilado hasta el momento, es decir, conceptos y experiencias previas serán usados para la comprensión de la situación matemática novedosa. Seguidamente se logrará una primera búsqueda de los posibles caminos o rutas de solución a través del planteamiento de estrategias, métodos conocidos o novedosos.

OBJETIVO	ACCIONES	CONTROL	RESULTADOS ESPERADOS
Comprender y plantear las situaciones problemáticas usando conceptos, propiedades y algunas relaciones.	Usa y relaciona propiedades matemáticas a partir de la representación real modelada de las situaciones problemáticas.	Expresa, representa y comunica coherentemente las representaciones simbólicas que resuelven el problema planteado.	Halla el modelo matemático a seguir para la solución del problema planteado.

CUARTA: Fase de elaboración, selección y uso de estrategias de solución, el estudiante realiza representaciones simbólicas de la situación problema que le permiten elaborar estrategias de solución ya sea inductivas - deductivas, modeladas, algebraicas, algorítmicas, heurísticas o visuales-gráficas. De esta manera, selecciona y usa propiedades, teoremas, conceptos, símbolos, etc., para llegar a establecer un procedimiento y solución particular del problema propuesto que se asemeja al de otros estudiantes pero con características propias de su proceso.

OBJETIVO	ACCIONES	CONTROL	RESULTADOS ESPERADOS
Utilizar estrategias de resolución de problemas geométricos acordes a la exigencia de la situación problemática.	Define las estrategias de resolución del problema. Usa estrategias, algebraicas, de modelación y heurísticas para resolver el problema.	Es capaz de plantear y usar diferentes estrategias de resolución de problemas geométricos.	Halla la respuesta o resultado a la situación problemática.

QUINTA: Fase de generalización y comprobación, aquí se pretende que el estudiante observe todo su proceso de resolución del problema y sea capaz de argumentar y comprobar todo el proceso. A su vez, el estudiante podrá proponer otras formas de solución no llevadas a cabo durante su proceso de resolución de problemas.

OBJETIVO	ACCIONES	CONTROL	RESULTADOS ESPERADOS
Argumentar y corroborar la respuesta o resultado a través del uso del modelo de solución usado y de otros no usados en la resolución. Evaluar la efectividad de las acciones de la estrategia didáctica propuesta para el desarrollo de la Resolución de problemas geométricos bidimensionales. Evaluar la efectividad de las acciones de la estrategia didáctica propuesta para desarrollar la resolución de problemas en la enseñanza-aprendizaje del área geometría.	Definan las propiedades que usaran para la demostración. Escogen la estrategia de comprobación al problema. Desarrollo de conocimientos, procedimientos y actitudes en los estudiantes.	Verificar el correcto uso de las propiedades matemáticas en la demostración del problema planteado. Coherencia en la demostración y comprobación del problema. Originalidad en el uso de estrategias de solución y propiedades matemáticas.	Realiza demostraciones matemáticas usando propiedades geométricas y las corrobora verificando la respuesta al problema.

Exigencias metodológicas para la aplicación de la estrategia.

- ✓ Estimular la toma de decisiones en el desarrollo de las actividades de enseñanza-aprendizaje.
- ✓ Fomentar y monitorear el intercambio de ideas, argumentos, propuestas durante el desarrollo de actividades.
- ✓ Propiciar la expresión y ensayos de alternativas frente a situaciones problemáticas.
- ✓ Orientar actividades de extensión dirigida al reforzamiento de los aprendizajes y la aplicación en nuevas situaciones.
- ✓ Diseñar actividades de resolución de problemas teniendo en cuenta los niveles de razonamiento geométrico y las fases de enseñanza según van Hiele.

Fuente: Elaboración Propia.

Validación de la estrategia didáctica.

Para evaluar la propuesta interventiva diseñada dirigida a la solución del problema objeto de la investigación, se empleó el método de criterio de valoración de especialistas para medir los aspectos internos y externos del producto científico. Este método tiene diferentes requerimientos para su aplicación, por ello se diseñaron dos fichas de valoración y se eligieron los especialistas teniendo en cuenta los siguientes criterios: deben poseer el grado de maestro o doctor en ciencias de la educación o afines y que hayan trabajado o trabajen en el área de Matemática o áreas afines al desarrollo de competencias matemáticas o ejerzan la dirección pedagógica en una institución educativa.

Caracterización de los especialistas.

Los especialistas seleccionados para avalar la propuesta fueron tres expertos que cuentan con los grados académicos y científicos requeridos, la experiencia profesional y la autoridad para la valoración del resultado científico de la propuesta de la tesis.

En la siguiente tabla, se detalla los criterios que se han tenido en cuenta para la selección del especialista: grado académico, especialidad profesional, ocupación y años de experiencia.

Tabla 16

Expertos validadores en la estrategia didáctica.

Nombres y apellidos	Grado académico	Especialidad profesional	Ocupación	Años de experiencia
Santiago, Araujo Salinas	Magister y Doctor	Educación	Director del programa académico de maestría en Educación-Usil Subdirector de la I.E.P. "Santa Matilde"	30 años
José Pascual, Apolaya Soltelo	Magister y Doctor	Educación	Docente de Matemática en Secundaria Directora académica de la I.E.P. "Santa Matilde"	14 años
Gleny Sofía Añamuro Machicao	Magister y Doctora	Educación		25 años

Fuente: Elaboración Usil.

El Licenciado Santiago Araujo Salinas, es Doctor en Educación, tiene treinta años de experiencia docente en el área pedagógica y en la dirección de instituciones educativas, del ministerio de educación y de programas académicos de post grado en Educación.

El Licenciado José Pascual Apolaya Sotelo, es Doctor en Educación; tiene catorce años de experiencia docente en el área de Matemática. Asimismo, ejerce en la actualidad el cargo de subdirector de la institución educativa particular “Santa Matilde”.

El Licenciado Gleny Sofía Añamuro Machicao, es Doctora en Educación; tiene veinticinco años de experiencia. Asimismo, ejerce en la actualidad el cargo de directora académico de la institución educativa particular “Santa Matilde”.

Valoración interna y externa.

Para la concepción de la validación interna y externa, se diseñaron dos fichas de validación con diez criterios de evaluación e indicadores cuantitativos y cualitativos.

Desde el punto de vista cuantitativo, los validadores marcaron su apreciación en cada uno de los diez criterios que se encuentran en la ficha de validación. La evaluación que le asignaron a cada una de ellas fue: deficiente (puntaje 1), bajo (puntaje 2), regular (puntaje 3), buena (puntaje 4) y muy buena (puntaje 5). De manera general, en cada ficha de validación se obtuvo un puntaje máximo de cincuenta puntos que sumados hacen un total general de cien puntos y que se valora como deficiente de 0 a 25 puntos, baja de 26 a 59 puntos, regular de 60 a 70 puntos, buena de 71 a 90 puntos y por último, muy buena de 91 a 100 puntos.

Para analizar el punto de vista cualitativo, se solicitó una apreciación crítica del objeto examinado teniendo en cuenta las dimensiones: positivos, negativos y sugerencias.

La primera ficha corresponde a la valoración interna, es decir, el especialista juzga el contenido de la propuesta. Los aspectos valorables, desde el punto de vista interno obedecen a diferentes criterios, en este caso constituyen: factibilidad de aplicación del resultado que se presenta, claridad de la propuesta para ser aplicado por otros; posibilidad de la propuesta de extensión a otros contextos semejantes; correspondencia con las necesidades sociales e individuales actuales; congruencia entre el resultado propuesto y el objetivo fijado, novedad en el uso de conceptos y procedimientos de la propuesta.

La modelación contiene propósitos basados en los fundamentos educativos, curriculares y pedagógicos, detallado; preciso y efectivo; la propuesta está contextualizada a la realidad en estudio; presenta objetivos claros, coherentes y posibles de alcanzar y contiene un plan de acción de lo general a lo particular.

Para valorar los criterios de la validez interna, se ha elaborado la ficha en la que se presenta los criterios, el puntaje a escala correspondiente y los aspectos positivos, negativos y sugerencias que amerite.

Tabla 17.
Criterios para la validación interna.

CRITERIOS	PUNTAJE					ASPECTOS		
						POSITIVOS	NEGATIVOS	SUGERENCIAS
	1	2	3	4	5			
Factibilidad de aplicación del resultado que se presenta.								
Claridad de la propuesta para ser aplicado por otros.								
Posibilidad de la propuesta de extensión a otros contextos semejantes.								
Correspondencia con las necesidades sociales e individuales actuales.								
Congruencia entre el resultado propuesto y el objetivo fijado.								
Novedad en el uso de conceptos y procedimientos de la propuesta.								
La modelación contiene propósitos basados en los fundamentos socioeducativos, curriculares y pedagógicos detallado, preciso y efectivo.								
La propuesta está contextualizada a la realidad en estudio.								
Presenta objetivos claros, coherentes y posibles de alcanzar.								
Contiene un plan de acción de lo general a lo particular.								

Fuente: Elaboración Usil.

En la siguiente tabla, se presenta el promedio parcial correspondiente a la valoración interna del total de especialistas que participaron en las observaciones, recomendaciones y sugerencias.

Tabla 18.
Resultados de la validación interna.

Nº	Especialista	Grado académico	Ocupación/ años de experiencia	Recomendaciones	Valoración
01	Santiago Araujo Salinas.	Doctor	Director del programa académico Maestría docente de la Usil.		43
02	José Pascual Apolaya Sotelo	Doctor	Subdirector de la IEP "Santa Matilde"		36
03	Gleny Sofía Añamuro Machicao	Magister y Doctora	Educación		46

Fuente: Elaboración Usil.

Los aspectos valorables de la propuesta desde el punto de vista externo obedecen a diferentes criterios, en este caso constituyen: claridad, objetividad, actualidad, organización, suficiencia, intencionalidad, consistencia, coherencia, metodología y pertinencia. Para ello, se ha elaborado una ficha en la que se presenta los criterios con el puntaje a escala correspondiente y los aspectos a valorar.

Tabla 19
Criterios para la validación externa.

Nº CRITERIOS			PUNTAJE					ASPECTOS		
			1	2	3	4	5	POSITIVOS	NEGATIVOS	SUGERENCIAS
1	CLARIDAD	Es formulado con lenguaje apropiado								
2	OBJETIVIDAD	Esta expresado en conductas observables.								
3	ACTUALIDAD	Adecuado al avance de la ciencia pedagógica.								
4	ORGANIZACIÓN	Existe una organización Lógica.								
5.	SUFICIENCIA	Comprende los aspectos de cantidad y calidad.								
6	INTENCIONALIDAD	Adecuado para valorar los aspectos de la(s) categorías.								
7	CONSISTENCIA	Basado en aspectos teóricos científicos.								
8	COHERENCIA	Relación nombre de los títulos o subtítulos y el texto.								
9	METODOLOGÍA	La estrategia responde al propósito el diagnóstico.								
10	PERTINENCIA	Es útil y adecuado para la investigación.								

Fuente: Elaboración Usil.

A continuación, se presenta la siguiente tabla de promedio parcial, que corresponde a la valoración externa realizada por los especialistas, destacando sus observaciones, recomendaciones, sugerencias y el promedio de valoración.

Tabla 20
Resultados de la validación externa.

Nº	Especialista	Grado académico	Ocupación/ años de experiencia	Recomendaciones	Valoración
01	Santiago Araujo Salinas.	Doctor	Director del programa académico Maestría docente de la Usil.		41
02	José Pascual Apolaya Sotelo	Doctor	Subdirector de la IEP "Santa Matilde"		39
03	Gleny Sofía Añamuro Machicao	Magister y Doctora	Educación		47

Fuente: Elaboración Usil.

Las sumatorias de valoración de cada especialista se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 21.
Consolidado de resultados de la validación interna y externa por especialista.

Nº	Especialista	Grado académico	Ficha de validación interna	Ficha de validación externa	Sumatoria de valoración
01	Santiago Araujo Salinas.	Doctor	43	41	84
02	José Pacual Apolaya Sotelo.	Doctor	36	39	75
03	Gleny Sofía Añamuro Machicao	Magister y Doctora	46	47	93
				Total	252

Fuente: Elaboración Usil.

Resultado de la valoración de los especialistas y conclusiones.

Los resultados consolidados de la valoración de especialistas dieron como resultado una sumatoria de 252 puntos, al cual le corresponde un promedio de 84 puntos, que a su vez se lo valora como buena.

Al valorar las recomendaciones y luego de subsanar las observaciones y las sugerencias para la mejora de la propuesta se concluye que el resultado científico es aplicable y podría ser generalizado a otras áreas del Diseño Curricular, siempre que se tenga en cuenta las características psicopedagógicas, sociales, culturales del nivel o área donde se pretende aplicar.

CONCLUSIONES

El estudio de los presupuestos teóricos acerca de la resolución de problemas matemáticos que sustentan el diseño de la estrategia didáctica, revela como la evolución en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, demandan una redefinición de los procesos internos y externos de la Educación Matemática. De esta manera, la formulación oportuna de programas curriculares que incluyan los hallazgos de ésta y otras investigaciones en el campo curricular, contribuirá a seguir la mejora y restructuración del sistema educativo y de la enseñanza matemática.

En este sentido se presentan las conclusiones del presente estudio, que corresponden a las etapas de, la fundamentación teórica, el estado actual de la resolución de problemas y la modelación de la estrategia didáctica.

El proceso de resolución de problemas matemáticos, es inherente al ser humano. Las personas, por naturaleza y luego por la socialización intentan resolver problemas que le permitan satisfacer sus necesidades vitales y también de confort. Esto lo corroboran, las primeras civilizaciones y las que les han sucedido. Así mismo, el uso de este proceso de manera consciente y con fines educativos, permitió el logro de avances significativos en el conocimiento de los procesos internos que suceden cuando los estudiantes resuelven problemas. En definitiva, la resolución de problemas matemáticos permite el logro de competencias humanas que hacen posible el desempeño oportuno y eficaz de las personas en contextos similares o diferentes al suyo.

El sistema educativo peruano y la enseñanza de la Matemática, se encuentra en un proceso de mejora con avances y retrocesos. Sin embargo, es importante concluir que en los últimos años se han establecido criterios y parámetros claros a partir de la formulación del proyecto educativo nacional al 2021 y su posterior implementación. Las competencias, capacidades e indicadores tienen coherencia con el enfoque de resolución de problemas y el desarrollo de competencias evidenciables a través de desempeños que se encuentran graduados y diferenciados, por primera vez, a través de los ciclos y niveles educativos. Así mismo, la formulación e implementación de propuestas metodológicas en el área de Matemática, ha sido un cambio en la labor docente que ha permitido enriquecer las estrategias que usan los docentes para la planificación y ejecución de actividades de aprendizaje significativas y contextualizadas al contexto de los estudiantes.

A partir del diagnóstico y trabajo de campo realizado, se concluye que los estudiantes utilizan con mayor frecuencia estrategias algebraicas para resolver problemas geométricos. Es decir, en muchas de sus respuestas los estudiantes simbolizan con letras y números las características de las figuras geométricas, sin antes haber realizado un gráfico o esquema que le permita tener una visión del problema por resolver. Así mismo, se concluye que los estudiantes utilizan con mayor frecuencia esta estrategia debido al uso mayoritario del docente cuando desarrolla o muestra modelos de resolución de problemas geométricos.

Los docentes con mayor frecuencia utilizan metodologías tradicionales, centradas en la exposición y desarrollo de ejercicios y problemas sacados de textos propuestos por la institución educativa. Estos ejercicios, muestran un nivel de exigencia matemático. Sin embargo, estos deben ser contextualizados al grupo heterogéneo de estudiantes del segundo grado de Educación Secundaria.

Por último, a partir de la modelación de la estrategia didáctica, se concluye que es necesaria una reestructuración en la elaboración y uso de los programas bimestrales, unidades didácticas y sesiones de aprendizaje. Esto, a partir de la implementación de experiencias exitosas a nivel local, nacional e internacional. Así mismo, la implementación de actividades y experiencias de aprendizaje exigentes acorde al nivel de la tarea, harán que los estudiantes desarrollen y apliquen sus capacidades y competencias matemáticas.

RECOMENDACIONES

A continuación se presentan las recomendaciones que corresponden a cada una de las conclusiones expuestas en los párrafos anteriores.

Realizar un análisis exhaustivo y posterior síntesis de lo que significa resolver problemas matemáticos, a partir de una comparación diferenciada de los estudios de investigadores que han explicado este proceso de manera coherente.

Realizar capacitaciones que se centren en el logro de la comprensión de las competencias matemáticas y cómo estas deben ser desarrolladas en las sesiones de aprendizaje. Es decir, es necesario llevar las capacitaciones a los docentes de Matemáticas a un nivel de demostración del logro de las competencias matemáticas. Así mismo, monitorear la implementación de estas capacitaciones con el fin de mejorar la práctica educativa matemática.

Se recomienda el uso de estrategias visuales y gráficas de resolución de problemas geométricos, al inicio del proceso de resolución. Los dibujos, gráficos, diagramas o esquemas, facilitan el entendimiento de una situación problemática. En este sentido, los docentes deben incluir el mayor uso de estrategias visuales como el de materiales manuales o digitales que propicien la representación icónica para el mejor entendimiento del problema.

Capacitar a los docentes en metodologías que desarrollen el trabajo en equipo de manera permanente, desplazando a la exposición como principal trabajo pedagógico en el área de Matemática. Así mismo, monitorear el desarrollo de las sesiones de aprendizaje de Matemática para mejorar y corregir errores en el uso de las propiedades, definiciones y conceptos geométricos. En este sentido, se recomienda contextualizar los ejercicios y problemas a ser desarrollados o tomados como modelos en la resolución de problemas geométricos.

Por último, se recomienda reestructurar el uso de programaciones anuales, unidades didácticas y sesiones de aprendizaje, de modo que se conviertan en herramientas funcionales que sirven al docente de Matemática en el logro de las competencias matemáticas. Esta reestructuración se debe dar teniendo en cuenta los fundamentos teóricos y prácticos de la enseñanza en geometría. Así mismo, desde la experiencia misma de los docentes que conocen las dificultades y ventajas de su labor didáctica.

REFERENCIAS

- Abdullah, A. H., & Zakaria, E. (2013). Enhancing Students' Level of Geometric Thinking Through Van Hiele's Phase-based Learning. *Indian Journal of Science and Technology*, 4432-4446. DOI: 10.17485/ijst/2013/v6i5/33243
- Aravena, M., & Caamaño, C. (2013). Niveles de razonamiento geométrico en estudiantes de establecimientos municipalizados de la región del Maule, Talca, Chile. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 139-178. <http://dx.doi.org/10.12802/relime.13.1621>
- Bisquerra, R. (2004). *Metodología de la investigación educativa*. Madrid: La Muralla.
- Bixio, C. (2004). *Metodología de la investigación educativa*. Madrid: La Muralla.
- Blomhoj, M. (2008). Modelización Matemática-Una teoría para la práctica. *Revista de Educación Matemática*, 20-35.
- Boyer, C. (1986). *Historia de la Matemática*. Madrid: Alianza.
- Camargo, L. (2011). El legado de Piaget a la didáctica de la Geometría. *Revista Colombiana de Educación*, 41-60. http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0120-39162011000100003&lng=en&nrm=iso&tlng=es
- Cerda, H. (1993). *Los elementos de la investigación. Como reconocerlos, diseñarlos y construirlos*. Quito: Abya Yala.
- Cruz, M. (2006). *La enseñanza de la Matemática a través de la resolución de problemas*. La Habana: Educación Cubana.
- Cruzata, A. (2007). *Estrategia didáctica para el tratamiento a la competencia literaria*. La Habana: Instituto Superior Pedagógico "Enrique José Varona".
- Dewey, J. (1946). *Democracia y Educación: una introducción a la filosofía de la Educación*. Buenos Aires: Losada.
- García, J. (1992). Ideas, pautas y estrategias heurísticas para la resolución de problemas. *Aula de innovación educativa*, 14-21.
- Gil, N., Blanco, L., & Guerrero, E. (2005). El dominio afectivo en el aprendizaje de las Matemáticas. Una revisión de sus descriptores básicos. *Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 15-32. https://www.researchgate.net/profile/Cecilia_Crespo/publication/28140303_La_motivacin_de_la_belleza/links/0f31753c5654f0d55f000000.pdf#page=15
- Godino, J. (2003). Razonamiento algebraico y su didáctica. En J. Godino, *Matemática y su didáctica para maestros* (págs. 766-826). Granada: Universidad de Granada.
- Gómez-Chacón, I. (2002). *Afecto y aprendizaje matemático: Causas y consecuencias de la interacción emocional*. Obtenido de Reflexiones sobre el pasado, presente y futuro de las Matemáticas: <http://eprints.ucm.es/23048/1/IGomez21.pdf>

- Guinjoan, M., Gutierrez, A., & Fortuny, J. (2015). Análisis del comportamiento de alumnos expertos resolutores de problemas en el contexto del concurso matemático Pruebas Cangur. *Enseñanza de las ciencias*, 29-46. DOI: 10.5565/rev/ensciencias.1438
- Lastra, S. (2005). *Propuesta metodológica de enseñanza y aprendizaje de la geometría, aplicada en escuelas críticas*. Santiago: Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Sociales, Escuela de Postgrado.
- Lopes, J. (1996). Modelo de enseñanza-aprendizaje en la resolución de problemas: Fundamentación, presentación e implicaciones educativas. *Enseñanzas de las ciencias*, 45-61. <http://ddd.uab.cat/record/22410>
- Markarian, R., & Moller, N. (Julio de 2007). *Continuidad en la enseñanza de la geometría*. Obtenido de Reflexiones sobre la geometría y su enseñanza: <http://www.correodelmaestro.com/anteriores/2007/julio/libros134.htm>
- Ministerio de Educación del Perú, D. (2009). *Diseño Curricular Nacional*. Lima: Ministerio de Educación del Perú.
- Ministerio de Educación del Perú, L. c. (2015). *La competencia matemática según Pisa 2015*. Lima: Ministerio de Educación del Perú.
- Ministerio de Educación del Perú, N. (2014). *Nuevo Marco Curricular Nacional*. Lima: Ministerio de Educación del Perú.
- Ministerio de Educación del Perú, O. (2010). *Orientaciones para el trabajo pedagógico en Matemática*. Lima: Ministerio de Educación del Perú.
- Ministerio de Educación del Perú, R. d. (2015). *Rutas de aprendizaje de Matemática*. Lima: Ministerio de Educación del Perú.
- Monereo, C., Castello, M., Palma, M., Clariana, M., & Pérez, M. (2006). *Estrategias de enseñanza y aprendizaje*. Barcelona: Grao.
- Monje, C. (2011). *Metodología de la investigación cuantitativa y cualitativa: guía didáctica*. Neiva: Universidad Sur Colombiana, facultad de ciencias sociales y humanas.
- Moreno, M., Rubí, G., & Pou, S. (Enero de 2010). Panorama y actualidad de la enseñanza basada en la resolución de problemas en Matemáticas. Ensenada, Baja California, México. https://quadernsdigitals.net/datos_web/hemeroteca/r_1/nr_810/a_10945/10945.pdf
- OCDE, (2006). *PISA 2006 Marco de la evaluación, conocimientos y habilidades en ciencias, matemáticas y lectura*. Madrid: Santillana Educación S.L.
- Okuda, M., & Gómez-Restrepo, C. (2005). Métodos de investigación cualitativa: triangulación. *Revista Colombiana de Psiquiatría*, 118-124. http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0034-74502005000100008&lng=en&nrm=iso&tlng=es

- Palomino, G. (2010). *Inteligencia emocional y rendimiento académico en Matemática de estudiantes del cuarto y quinto de secundaria de una institución parroquial de Ventanilla*. Lima: Universidad San Ignacio de Loyola.
- Rossi, E. (2003). *Teoría de la Educación*. Lima: Ediciones E.R.
- Ruiz, J. (1996). *Metodología de la investigación cualitativa*. Bilbao: Universidad de Deusto.
- Sandoval, Y. (2010). *Las representaciones geométricas como herramienta para la construcción del significado de expresiones y operaciones algebraicas, desarrollado con alumnos de octavo grado del instituto "San José del Pedregal"*. Tegucigalpa: Universidad Pedagógica Nacional "Francisco Morazán".
- Santos, L. (2007). *La resolución de problemas matemáticos: Fundamentos cognitivos*. México D.F.: Trillas.
- Tobón, S. (2010). *Formación integral y competencias*. Bogotá: Ecoe.
- Torrecilla, A., Jiménez, J., & Hernández, E. (Julio de 2009). *La modelación y los modelos teóricos en la ciencia*. Obtenido de La modelación y los modelos teóricos en la ciencia.: www.eumed.net/ce/2009b/tjm.htm
- Valladares, L. (2011). Hacia una Educación científica comprehensiva e intercultural. Las espirales de la enseñanza-aprendizaje de la ciencia. *Horizontes educacionales*, 31-48. <http://www.redalyc.org/pdf/979/97922274004.pdf>

ANEXOS

INDICE DE ANEXOS

Anexo 1. Esquema de los niveles de la investigación

Anexo 2. Guía de entrevista al docente del área de geometría.

Anexo 3. Registro de observación al docente del área de geometría durante el desarrollo de la sesión de aprendizaje.

Anexo 4. Prueba de medición del nivel de resolución de problemas geométricos.

Anexo 5. Reducción de datos y generación de categorías de las entrevistas.

Anexo 6. Reducción de datos y generación de categorías de las observaciones de clases.

Anexo 7. Análisis interpretativo de la prueba de medición del nivel de razonamiento geométrico.

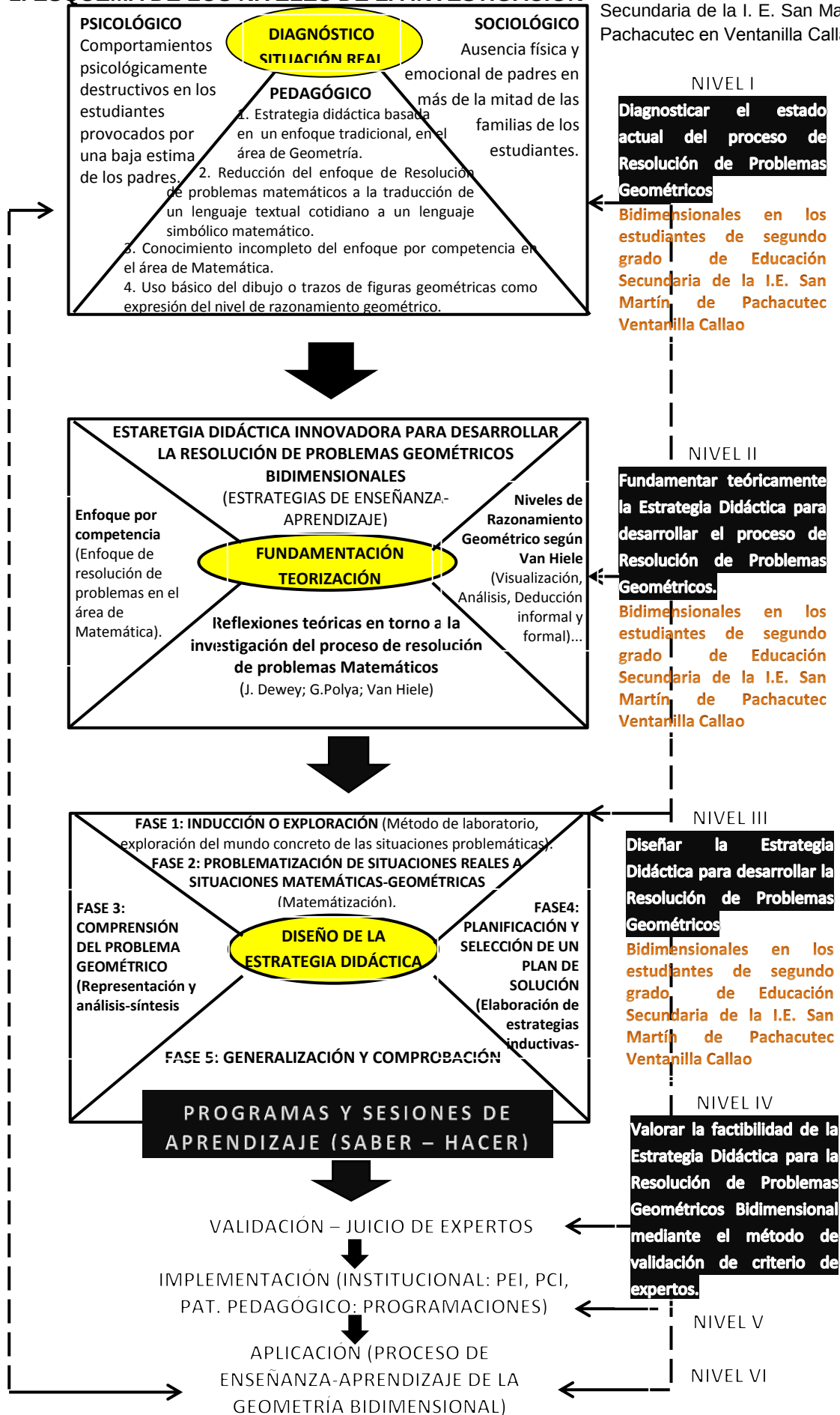
Anexo 8. Reducción de datos y generación de categorías de la prueba de medición del nivel de razonamiento geométrico.

Anexo 9. Rubrica para evaluar el nivel de razonamiento geométrico en estudiantes de segundo grado de secundaria.

Anexo 10. Desarrollo de las sesiones de aprendizaje.

“Elaborar una Estrategia Didáctica para desarrollar la Resolución de Problemas Geométricos Bidimensionales en estudiantes de segundo grado de Educación Secundaria de la I. E. San Martín de Pachacutec en Ventanilla Callao”.

ANEXO 1. ESQUEMA DE LOS NIVELES DE LA INVESTIGACIÓN



ANEXO 2. GUÍA DE ENTREVISTA AL DOCENTE DEL ÁREA DE GEOMETRÍA.

Datos informativos :

Entrevistador : Germán Roger Palomino Sinchi
Lugar y fecha : Pachacutec Ventanilla Callao / / 2015
Duración : 40 min aprox.
Dirigido A : Docente del área de Matemática-Geometría
Institución educativa:

Objetivo:

Recoger información sobre la planificación curricular, uso de estrategias y materiales didácticos por parte del docente en el área de Geometría.

Instrucciones:

A continuación procederemos a realizar esta entrevista que contiene un conjunto de preguntas, en los cuales se te solicita que respondas según estimes conveniente; tiene carácter de investigativo por lo que te suplicamos responder con sinceridad. Además, informarte que esta entrevista será grabada en audio ya que en caso contrario el proceso de recojo de información sería demasiado extenso. Esta información será usada íntegramente para la presente investigación y se conservará el anonimato de los entrevistados. De antemano agradecemos tu colaboración y estaremos a tu servicio.

Datos del entrevistado :

Nombre y apellidos :
Grado académico :
Experiencia laboral :
Ambiente :

PREGUNTAS Y DESARROLLO

I. Conocimiento del enfoque, las competencias y capacidades del área Matemática-Geometría según los documentos normativos peruanos establecidos para la EBR.

Buen día profesor:

1. Me puede usted explicar, ¿En qué consiste el enfoque de Resolución de Problemas que se desarrolla en el área de Matemática-Geometría?

.....

2. Cree usted, que las competencias y capacidades en el área de Matemática-Geometría, están claras? ¿Por qué?

.....

II. Asociación de problemas diversos con modelos referidos a propiedades de las formas, localización y movimiento en el plano. (Matematiza situaciones).

3. ¿Qué estrategias y materiales didácticos aplica para lograr que sus estudiantes asocien problemas cotidianos de su contexto con propiedades de las formas geométricas, localización y movimiento en el plano?

.....

III. Expresar las propiedades de las formas, localización y movimiento en el espacio, de manera oral o escrita, haciendo uso de diferentes representaciones y lenguaje matemático. (Comunica y representa ideas matemáticas)

4. ¿Considera usted que para elaborar los ejercicios y situaciones problemáticas, se debe tomar en cuenta el contexto, necesidades e intereses de sus estudiantes?

.....

IV. Planificación, ejecución y valoración de estrategias heurísticas y procedimientos de localización, construcción, medición y estimación, usando diversos recursos para resolver problemas. (Elabora y usa estrategias).

5. ¿Qué estrategias y materiales didácticos aplica para lograr que sus estudiantes elaboren y usen estrategias heurísticas y procedimientos de localización, construcción, medición y estimación, usando diversos recursos para resolver problema?

.....

V. Justificación y validación de conclusiones, supuestos, conjeturas e hipótesis respecto a las propiedades de las formas, sus transformaciones y la localización en el espacio. (Razona y argumenta generando ideas matemáticas).

6. ¿Qué estrategias y materiales didácticos aplica para lograr que sus estudiantes realicen la demostración usando el razonamiento geométrico, respecto a las propiedades de las formas geométricas, sus transformaciones y la localización en el plano?

.....

VI. Conocimiento de otros enfoques, teorías y estrategias de enseñanza-aprendizaje que aplica y obtiene logros de aprendizaje en el área Matemática-Geometría.

7. ¿Qué otras estrategias de enseñanza-aprendizaje aplica y le dan buenos resultados?

.....

8. ¿Cómo evidencia que los estudiantes han logrado desarrollar las capacidades matemáticas propuestas?

.....

.....

9. ¿Cómo desarrolla el proceso de evaluación en la clase del área de Matemática-Geometría?

.....

.....

10. En su opinión, ¿Por qué es importante desarrollar el proceso de Resolución de Problemas matemáticos-geométricos en los estudiantes?

.....

.....

.....

11. ¿Qué otros materiales didácticos como por ejemplo software educativos usa en su enseñanza de la Matemática-Geometría?

.....

.....

12. Podría usted indicar otros aspectos de la Resolución de problemas Geométricos, que no se le ha preguntado, pero le gustaría explicar, Por ejemplo, el aspecto social, psicológico, cultural de sus estudiantes o padres de familia, etc.

.....

.....

.....

Profesor, le agradezco por su tiempo y sinceridad, le recuerdo que todo lo conversado tiene un carácter de investigación y no será divulgado en otro ámbito que no sea el de la presente investigación.

ANEXO 3. REGISTRO DE OBSERVACIÓN AL DOCENTE DEL ÁREA DE GEOMETRÍA DURANTE EL DESARROLLO DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE.

Datos informativos

Nombre de la I.E. : San Martín de Pachacutec

Lugar y fecha : Pachacutec, Ventanilla - Callao..... / / 2015

Duración : 40 min aprox.

Docente observado :

Grado : Sección:

I. Planificación.

1. ¿Las actividades planificadas para la resolución de problemas surgen a partir de situaciones problemáticas que a su vez incorporan elementos como los contenidos, las experiencias previas de los estudiantes y el contexto en el cual se encuentra el colegio? Describa usted como es ese proceso de incorporación.

.....
.....
.....

II. Estrategias metodológicas empleadas por el docente.

2. ¿Cómo motiva o genera el interés y la atención al iniciar la sesión de aprendizaje en los estudiantes?

.....
.....
.....

3. ¿Cómo recoge e incorpora los conocimientos previos de los y las estudiantes para el desarrollo de los aprendizajes?

.....
.....
.....

4. ¿Qué actividades de aprendizaje propone para el logro de las capacidades en el área de Geometría? ¿Estas actividades propuestas son desafiantes, novedosas, retadoras y generan aprendizajes en el área que enseña?

.....
.....
.....

5. El docente hace uso de algunas estrategias de enseñanza planteadas en los documentos normativos del área de matemática de la EBR o de otros teóricos. Si es así, mencione ¿cuáles y cómo las realiza (uso del juego, uso del error y resolución de problemas...)?

.....
.....
.....

III. Uso de materiales y recursos didácticos por el docente.

6. ¿Qué materiales y recursos didácticos utiliza que le ayudan al desarrollo de las actividades propuestas para lograr el desarrollo de la resolución de problemas geométricos a partir de situaciones problemáticas?

.....

.....

7. ¿Cómo acompaña y orienta a los estudiantes para usar los materiales en función del aprendizaje que se quiere lograr?

.....

.....

.....

.....

IV. Dosificación del tiempo para los aprendizajes		SÍ	NO
8	El docente inicia la sesión a la hora prevista.		
9	El docente culmina la sesión a la hora prevista.		
10	El docente permanece durante toda la sesión en el espacio de aprendizaje (sea el aula u otro espacio en el que se desarrolle la sesión).		
11	Los estudiantes permanecen durante toda la sesión en el espacio de aprendizaje (sea el aula u otro espacio en el que se desarrolle la sesión).		
12	El docente ha optimizado el tiempo para el desarrollo de actividades significativas de aprendizaje.		

ANEXO 4. PRUEBA DE MEDICIÓN DEL NIVEL DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS GEOMÉTRICOS.

PRUEBA DE MEDICIÓN DEL NIVEL DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS GEOMÉTRICOS EN ESTUDIANTES DEL SEGUNDO GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

I. DATOS INFORMATIVOS

Nombre del estudiante :

Edad: **Grado y sección:** **Fecha:**

Nombre de la I.E : San Martín de Pachacutec

Nombre del evaluador : Germán Roger Palomino Sinchi

Querido estudiante:

Esta prueba es muy fácil, y al contestar las preguntas tendrás la oportunidad de practicar para mejorar tu aprendizaje en la resolución de problemas matemáticos. Esto nos permitirá ayudarte a mejorar en el desarrollo de estas habilidades.

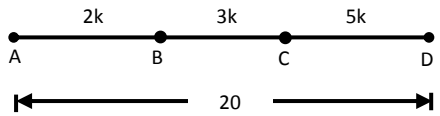
Debes responder a todas las preguntas buscando prestar atención y escribiendo con orden y letra clara.

¡Vamos, tú puedes!

II. INSTRUCCIONES:

- ✓ Debes realizar la prueba a lápiz. Sobre la mesa solo puedes tener la prueba, un lápiz, borrador, tajador y una hoja en blanco.
- ✓ Debes desarrollar la prueba realizando dibujos, gráficos, trazos, operaciones y otros procedimientos que creas conveniente en los espacios en blanco de la hoja.
- ✓ Puedes escribir todos los pasos que tú tienes en tu mente para resolver un problema, como por ejemplo: dibujar, hacer gráficos, realizar operaciones o hacer esquemas durante la resolución de los ejercicios.

1. De la figura mostrada escriba si es verdadero (V) o falso (F) lo que a continuación se menciona.



- ☐ $BC = 6$ ()
- ☐ $AD + BC = 26$ ()
- ☐ $AC \neq CD$ ()
- ☐ $BD = 4AB$ ()

2. Escriba si es verdadero (V) o falso (F) lo que a continuación se menciona.

- ☐ El segmento es una porción de recta limitada por dos puntos. ()
- ☐ Las rectas paralelas son aquellas que no llegan a interceptarse. ()
- ☐ La semirrecta tiene origen. ()
- ☐ La recta tiene origen. ()

3. Lee el siguiente enunciado y responde las siguientes preguntas (puedes usar dibujos o gráficos): "Una diagonal de un polígono es un segmento que une dos vértices que no son consecutivos"

(1) Calcula el número de diagonales de un rectángulo.

(2) Calcula el número de diagonales de un pentágono.

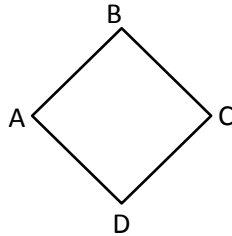
(3) Calcula el número de diagonales de un hexágono.

(4) A partir de las respuestas anteriores, deduce una fórmula para hallar el número de diagonales de un polígono de "n" lados. Plantea un enunciado general (conjetura) y demuéstralo.

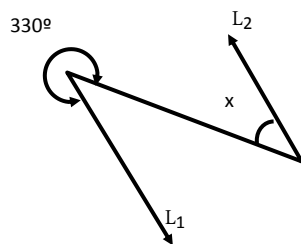
4. Si "M" es punto medio de $\overline{AD}$. Calcular el valor de x. Realiza las operaciones u otros trazos en el espacio en blanco de la hoja.



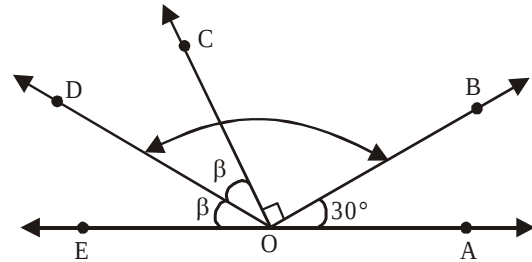
5. Dada la siguiente figura (Rombo). Escribe todas las propiedades importantes que cumple esta figura (puedes ayudarte con dibujos).



6. Del gráfico, calcule la medida del ángulo "x" si $(L_1 \parallel L_2)$. Realiza las operaciones u otros trazos en el espacio en blanco de la hoja.



7. En la figura. Calcular $m\angle DOB$. Realiza las operaciones u otros trazos en el espacio en blanco de la hoja.



8. Se tiene los puntos consecutivos A, B, C y D. Tal que B es punto medio de $\overline{AC}$ y $AD+CD=12\text{cm}$.

Calcular la medida del segmento BD. Realiza las operaciones u otros trazos en el espacio en blanco de la hoja.

9. Según el siguiente enunciado: “El complemento de un ángulo (X) es la medida de lo que le falta a ese ángulo para ser igual a 90° , como por ejemplo $90 - X$ ” y “El suplemento de un ángulo (Y) es la medida de lo que le falta a este para ser igual a 180° , como por ejemplo $180 - Y$ ”.

Ahora responde:

Si el complemento de la medida de un ángulo es igual al suplemento de la medida del triple del ángulo. Calcular la medida de dicho ángulo.

10. A continuación se presenta el siguiente listado de propiedades que un polígono puede tener:

(a) Tiene sus ángulos internos opuestos de igual medida.

(b) Tiene sus lados opuestos paralelos.

(c) Las diagonales son bisectrices.

(d) Las diagonales son perpendiculares.

De acuerdo a ello:

(1) Dibuja un polígono que tenga las cuatro propiedades. Explica cuáles son esas propiedades. Justifica por qué las tiene.

Si es imposible encontrar el polígono con las condiciones pedidas explica por qué no se puede.

ANEXO 5. REDUCCIÓN DE DATOS Y GENERACIÓN DE CATEGORÍAS DE LAS ENTREVISTAS.

Citas textuales	Palabras clave (Códigos)
1. No hay claridad y los mismos capacitadores nos dejan con la duda... Ellos a veces nos confunden un poco más en vez de ayudarnos.... E-DC1-RPCM1 2. Hay indicadores como tienen las rutas de aprendizaje que..... Nos pone como que el estudiante debe tener un nivel adecuado para ese año, pero que es lo que pasa que el estudiante no está en ese nivel... E-DC2-RPCM1 3. No, No me parece claro.... Porque a veces se quiere trabajar.... La parte de la situación significativa..... no se puede trabajar eso si el alumno no maneja la parte teórica y el alumno al menos no maneja una noción..... E-DJ2-RPCM1 4. Claro, pueden estar claros..... pero el problema está cuando yo trabajo en el aula..... o sea que porcentaje aplico..... nada más aplico (el) 50%, (entonces) no me está sirviendo de mucho... E-DM2-RPCM1	1. Poco entendimiento en las capacitaciones. 2. Bajo nivel académico del estudiante. 3. Hay problemas para trabajar las competencias en el aula. 4. El estudiante no maneja la parte teórica. 5. Hay problemas para trabajar las competencias en el aula.
1. Bueno yo entiendo como una interpretación, de un lenguaje textual a un lenguaje simbólico.... y eso también lo planifico dentro de mis sesiones, previamente tengo que revisar el problema cuando es un problema para gráfico sino textual, tengo que revisarlo y buscar estrategias de solución sobre todo para ver cómo va a entender el alumno.... Yo pienso que es con la finalidad de pensar en el alumno y también de que pueda aplicarlo en la vida diaria..... E-DJ1-RPCM1 2. Se enfocan en resolución de problemas, para yo saber problemas de manera clara y directa, primero tengo que saber yo codificar y decodificar de manera coherente (para) que la teoría tampoco sea esencial pero yo sí que me ayuden a entender el lenguaje para yo poder luego transmitir los problemas y va a hacer de manera simple poder desarrollar.... E-DM1-RPCM1	6. Interpretación del lenguaje textual al simbólico. 7. Preparación para usar estrategias de solución de problemas. 8. Aplicación a la vida diaria. 9. Interpretación del lenguaje textual al simbólico.
1. Las palabras en doble sentido ayudan un poco también.... El alumno a la hora que escucha como una broma como que presta un poco más la atención..... E-DC3-RPCM2 2. Modulo mi voz, Mi voz cambia totalmente. Una cosa es llamar la atención, uno no puede ser lineal. La cosa es si quiero enfatizar algo, le doy el énfasis, si quiero contar una historia al inicio de mi clase, contamos una historia que tenga que ver con el tema muchas veces con valores porque si yo soy de Matemática aun no sea tutor trato de enseñarle valores...esa es la motivación.... E-DM3-RPCM2	10. Uso de las “bromas o chistes” para llamar la atención o motivar. 11. Uso del énfasis en la voz para motivar. 12. Práctica de valores a través de contar historias en Matemática.
1. Lo que siempre hago a la hora de resolver problemas siempre le pongo la propiedad.... E-DC4-RPCM4 2. Cuando entro a un salón yo lo que hago es identificar a los alumnos que saben bastante, entonces converso con sus papas y les pido autorización para que ellos me ayuden en matemática. Entonces previamente con ellos les exijo que.... Sepan, que resuelvan, que hagan y les hago trabajar.... por grupos tratando de designar a un integrante por grupo que sepa y ese integrante se encarga de hacer el efecto multiplicador cuando es un trabajo así grupal.... entonces generalmente les tomo evaluación oral en la pizarra y saco a uno dos que menos saben, uno o dos que menos saben, y los alumnos ya saben, entonces les digo que si el alumno que no sabe lo hace mal, la nota es para todo el grupo.... E-DJ3-RPCM4 3. Para mí lo ideal es este hacerlo (se refiere al trazo de figuras en la pizarra) con colores es primordial.... E-DM3-RPCM4 4. No sé cómo se me ocurrió trabajar con el maskingtape de color (cinta de papel adhesiva).... <i>Entonces esta idea siempre rondó en mi cabeza y este año lo he aplicado y me parece excelente que el alumno aprende mejor</i> porque tú cuando lo trabajas con los plumones pasas en un color el otro y a veces no tienes la regla. Para geometría debemos tener la regla, no. Sale la línea chueca, pero con el maskingtape de colores el alumno visualiza mejor aprende mejor.... E-DJ12-RPCM4 5. Para mí, si el alumno es capaz de resolver un problema en el aula, tiene la capacidad de explicarlo a sus compañeros, tiene la fortaleza de explicarlo en la pizarra, para mí eso es un alumno que sabe matemática, porque que lo haga... (y) que lo explique en la pizarra siento que he formado a una persona	13. Memorizar la propiedad. 14. Estudiantes que saben o dominan más la lección apoyan el trabajo en un grupo. 15. Evaluación oral en la pizarra de los estudiantes que menos saben o dominan la lección. 16. Uso de plumones de colores, es primordial. 17. Uso de cinta de papel adhesiva de colores. 18. Capacidad de resolver y explicar un problema en la pizarra. (Competencia Matemática en el estudiante) 19. Evaluación al final de la clase mediante la resolución de 3 o 4 ejercicios de manera

que se puede preparar para el futuro... E-DJ9-RPCM4/5 6. A la hora de que normalmente va terminando la clase, yo les dejo tres hasta cuatro ejercicios para que desarrollen. Hay veces les traigo yo, otros ejercicios. Entonces les pregunto. Les hago que desarrollen en forma grupal o individual... Depende de la cantidad de ejercicios. Si son cuatro ejercicios... grupos de cuatro o hasta cuatro uno cada uno... y que el estudiante... Uno de ellos del grupo, me sale a resolver el problema.... Es grupal... entre los cuatro se ayudan... si alguien no entiende por favor se ayudan... levantan la mano y me dicen cuál es el problema.... E-DC-RPCM4/5	escrita. 20. Trabajo en grupos.
1. Hay muchos niños de familias disfuncionales. De padres separados y justo son estos niños que tienen dificultades. Y eso influye bastante... porque el niño llega este más pensando en sus problemas familiares que pensando que se viene aprender. Ósea yo ahí tengo esas dificultades, no sé de qué forma tratar de ayudar a ese niño... para que preste más atención... no solamente en el área de matemática sino en todo... no sé cómo podría... (El profesor se siente que no puede resolver esa situación). Influye en su autoestima personal.... Influye bastante. Entonces ahí es donde no sé cómo... no sé cómo llegar a ese alumno, ya porque le veo a veces distraído... hey le digo despierta aquí... ahhh ya.... por favor pero ahí eso no sé qué podría hacer ahí.... E-DC12	21. Estudiantes viven en familias disfuncionales. 22. Poca concentración y atención en clase. 23. Baja autoestima del estudiante. 24. Falta de estrategias o programas para tratar a estudiantes con problemas familiares.
1. la parte familiar de hecho que si un alumno psicológicamente no está bien, el alumno.... Mira hace poco un alumno ha escrito en su examen de CTA, en una práctica, yo era tutora de ellos este año... PARA QUÉ VIVIR... en su examen de CTA de laboratorio.... el chico no vivía con su papá, su papá no lo había reconocido.... Su mamá por problemas personales tampoco lo podía criar... el chico posiblemente no quería vivir, no tenía ganas de estudiar, vivía con sus tíos, con su tía.... Ya he tenido casos en que los chicos, los alumnos se han querido hacerse daño, atentar contra su propio cuerpo... una alumna se cortaba con lo que sea, con lo que sea se cortaba, entonces yo tenía que estar... para mí era una desesperación ... te lo juro.... y hasta quería tirar la toalla... para mí era una desesperación porque yo no podía verle con nada que tuviese punta, con un lápiz, el tajador lo abría, le sacaba la cuchilla, o se agarraba un tenedor, o un alfiler, un chinche....todo empezó por problemas familiares, problemas de hogar después de eso se hizo como costumbre,,, de ahí cuando converse con otra chica que también se hacía eso... me dijo que ella desahoga sus penas haciéndose eso... es un placer con dolor.... Entonces se siente tan mal que agarra y no siente dolor cuando se hace..... el papá era muy duro de carácter, muy poco tolerante... se conversó..... E-DJ12 2. He notado que a los chicos es como que no tomasen interés adecuado, tienen sus momentos por decir toman interés pero no.... Yo creo que tiene que ver mucho con la edad, más que otra cosa, porque a veces resulta que tienen que hablar con los chicos, llamar la atención, poner ejemplos de algunos casos, para que el chico también escuche. Acá en esta institución si son conscientes.... O sea los que están más interesados, por muchos motivos, uno de ellos es que no están cercanos a la realidad, uno no puede caer en decir tanto o algo, sabiendo que en casa hay dificultades de tipo económico... E-DM12	25. Psicología del estudiante debe estar en buen estado. 26. Depresión en el estudiante. 27. Familia disfuncional o separado de sus padres. 28. Estudiantes con problemas psicológicos. 29. Atentar contra su propio cuerpo. 30. Problemas familiares. 31. Placer con dolor. 32. Sufrimiento extremo que vuelve insensible al dolor. 33. Falta de interés. 34. Edad psicológica del estudiante. 35. Estudiantes consientes.
1. De qué forma (los estudiantes), piensan investigar, arreglar el problema para resolverlo. Pero si ese alumno no sabe multiplicar, no sabe sumar, como va hallar el problema? Yo pienso que en parte, en parte debería un poco avocarse a la Educación un poco tradicional, se podría decir no? De que el alumno empiece a aprender correctamente la operación de multiplicar. Si es posible como antes se hacía, no? Memorística, no? Para poder después poder multiplicar, porque si un niño no sabe multiplicar como va a poder resolver.... E-DC1 2. en algunos casos he tenido que adaptar algunos o varios ejercicios del libro para que el alumno trate de entender... El estudiante no puede como que se pierde un poco.... Yo creo que ahí lo que le falta es la habilidad operativa. No operan... les falta un poco... reforzar esa parte..... E-DC2	36. Educación tradicional. 37. Aprendizaje de la multiplicación de manera mecánica o memorística. 38. Adaptar ejercicios complejos a más sencillos. 39. Habilidad operativa.
1. los estudiantes tienen la iniciativa de querer resolver el problema ellos lo quieren hacer, a veces también me dejan parada en la pizarra prácticamente ignorada porque ellos quieren resolver el problema se desesperan por resolver... E-DJ3	40. Iniciativa por querer resolver los problemas planteados.

ANEXO 6. REDUCCIÓN DE DATOS Y GENERACIÓN DE CATEGORÍAS DE LAS OBSERVACIONES DE CLASES.

Frases	Palabras clave (Códigos)
El docente tiene una adecuada sesión de aprendizaje. Cierta coherencia con lo observado en la clase. O-DC2/DJ2/DF1-RPEA1	1. Planificación curricular aparentemente coherente con lo desarrollado en clase.
El docente inicia con lluvia de ideas a partir de esa pregunta. ¿Qué entiendes por proporción? O-DC2-RPEA2 Empieza a hacer preguntas sobre los triángulos rectángulos. O-DF2-RPEA2 Les pide desarrollar unos ejercicios sobre congruencias.... La docente empieza a graficar en la pizarra los dos ejercicios que les dejo en la hoja. Pregunta quienes ya tienen resuelto el primer ejercicio, seguidamente saca a la pizarra a escribir una aplicación de la congruencia. La docente está sacando a varios estudiantes para que completen las propiedades, pero no les permite terminar de colocar todas las propiedades sino les pide que lo dejen incompleto para que otros lo completen. O-DJ2-RPEA2	2. Uso de la técnica de lluvia de ideas, preguntas y repreguntas. 3. Uso de ejercicios para evidenciar el conocimiento previo.
La profesora indica que se formen grupos de 6 estudiantes... Los estudiantes colaboran ordenadamente en la formación de grupos.... La profesora indica transformar la hoja rectangular en dos triángulos y luego pregunta ¿Qué triángulo se formó? Los estudiantes responden Isósceles. La profesora les pide comprobar si es Isósceles mediante la medición con una regla. Los estudiantes empiezan a realizar sus mediciones de manera individual... hacen varios intentos para que puedan formar el triángulo equilátero. La docente empieza a mostrarles ella misma como se forma el triángulo equilátero, ella toma la hoja y realiza varios dobleces que va explicando y que los tiene también detallados en su sesión de aprendizaje.... O-DF1-RPEA2	4. Formación de grupos de trabajo cooperativo para el desarrollo de ejercicios correspondientes al tema a desarrollar. 5. Modelación de la docente para que los estudiantes puedan completar las actividades propuestas.
Inicialmente algunos estudiantes logran realizarlo y otros no, pero con las indicaciones de la profesora todos finalmente lograr formar el triángulo equilátero. Los estudiantes se sienten entusiasmados con la actividad hasta el momento, sobre todo por el dinamismo que ellos ponen al realizar las actividades. Antes de pedirles que empiecen a trazar la profesora recuerda el concepto de mediatriz con la ayuda de los estudiantes y mediante preguntas conceptuales ¿Qué es una mediatriz?..... Los estudiantes responden espontáneamente. Seguidamente la profesora saca a un estudiante a la pizarra a trazar la mediatriz en un triángulo equilátero.... pregunta ¿Cuántos triángulos rectángulos se han formado? ¿Cuánto miden sus ángulos internos? Seguidamente da indicaciones de cómo demostrar que es un triángulo rectángulo. Hay estudiantes que están explorando otras formas de dobleces con la hoja que tienen para hallar sus respectivos triángulos rectángulos. O-DF1-RPEA2 Los estudiantes mencionan que tienen en mente algunas de las propiedades. O-DJ2-RPEA2	6. Entusiasmados con la actividad de aprendizaje, no todos logran terminar la actividad en el momento adecuado. 7. Los estudiantes responden espontáneamente. 8. Hay estudiantes que están explorando otras formas de dobleces. 9. Los estudiantes mencionan que tienen en mente algunas de las propiedades.
Ha faltado dar indicaciones precisas sobre los aspectos del trabajo en equipo. Ya han transcurrido 45 minutos de clase y aún hay estudiantes que siguen pegando sus triángulos rectángulos en los papelotes y hallando la altura. Se puede apreciar que existen estudiantes que hacen otras actividades, ya sea porque terminaron lo que la profesora pidió realizar o porque no entendieron alguna parte de la actividad y no preguntaron para continuar y por lo tanto se pusieron a realizar otras actividades de distracción. La profesora recalca que lo que está pidiendo no solo es cuánto mide la altura (BH) sino que también deben indicar cómo lo hallaron (Demostración). La docente indica "esta mesa ya lo terminó". Mientras que los demás grupos aún continúan intentando hallar la altura pedida. Esto podría indicar que los estudiantes aún no han podido internalizar la demostración del triángulo de Pitágoras, es decir, podría estar faltando la ayuda	10. Dar indicaciones precisas sobre el trabajo en equipo. 11. Existen estudiantes que hacen otras actividades. 12. No entendieron alguna parte de la actividad. 13. También debe indicar como lo hallaron (demostrar

de otros materiales concretos para ayudarles entender la demostración del triángulo de Pitágoras. El grupo que termino la actividad pega su papelote y luego lo expone de manera adecuada... no hace mención a propiedades para comprobar la resolución del ejercicio. ¿Cómo usar estos triángulos en la vida diaria? Para eso hace uso del ejercicio copiado en la pizarra, que a continuación lo resuelve usando cartulina y reglas. La profesora mediante preguntas va ayudándolo a que identifique los datos y los vaya colocando en el gráfico de la pizarra. Los estudiantes están trabajando de manera individual el desarrollo de los ejercicios propuestos de la profesora, aunque se puede observar que la mayoría esperará a qué la docente resuelva para luego poder copiar de la pizarra. . Esto se evidencia en que la mayoría escucha atentamente las indicaciones, pero rápidamente se distraen y además observan que la profesora escribe los ejercicios en la pizarra, lo que les hace notar a los estudiantes que ella sola o con ayuda de algún estudiante los resolverá finalmente. ella se da cuenta que no podrá desarrollar ningún problema dibujado en la pizarra, y empieza a sacar a la pizarra a los estudiantes que ya lograron desarrollar algunos ejercicios en su cuaderno, sin haberse fijado si esta resolución es correcta o no, O-DF1-RPEA2	de manera informal o formal mediante el uso de propiedades). 14. Los estudiantes aún no han podido internalizar la demostración del triángulo de Pitagóricos. 15. La profesora mediante preguntas va ayudándolo a que identifique los datos y los vaya colocando en el gráfico. 16. se puede observar que la mayoría esperará a qué la docente resuelva para luego poder copiar de la pizarra. 17. rápidamente se distraen y además observan que la profesora escribe los ejercicios. 18. empieza a sacar a la pizarra a los estudiantes que ya lograron desarrollar algunos ejercicios en su cuaderno.
Se le escucha decir a la docente: ¡Le falta una bolita! Es indudable que toda esta parte de recordar, graficar y expresar las propiedades (fórmulas) ha sido memorístico y mecánico, sin garantizar que los estudiantes lo entiendan o puedan demostrar. O-DJ2-RPEA2	19. Memorístico y mecánico.
La docente está modelando el ejercicio desde la propiedad hacia el ejercicio y usa unas cintas adhesivas de diversos colores que ayudan a identificar los trazos. Se puede notar la oportuna ayuda del material (cinta adhesiva de colores) para la parte de visualización de la figura geométrica existente. Se puede notar la destreza en el desarrollo del ejercicio y sobre todo su esfuerzo y buena disposición para el lograr el entendimiento del desarrollo en todos los estudiantes. Ahora empieza a desarrollar el segundo ejercicio usando la misma técnica de trabajar con cintas adhesivas de colores. O-DJ2-RPEA2	20. La profesora usa unas cintas adhesivas de colores para resaltar e identificar los trazos. 21. Oportuna ayuda del material (cinta adhesiva de colores) para la parte de visualización de la figura geométrica. 22. Destreza en el desarrollo del ejercicio y sobre todo su esfuerzo y buena disposición de la profesora.
Sin embargo hubiera sido importante relacionar estas actividades con algunas situaciones problemática cotidianas a los estudiantes. O-DJ2-RPEA2	23. Falta relación de la actividad con lo cotidiano.
El docente no usa reglas para graficar dos segmentos. Hasta el momento el docente se muestra expositivo, mientras los estudiantes permanecen en sus sillas solo respondiendo y no todo el grupo. El docente empieza a dictar la definición de Razón Geométrica. Con el dictado se puede confirmar la pasividad y receptividad de los estudiantes. A su vez, no se ha partido de alguna experiencia o actividad relacionada con los estudiantes y el contenido a desarrollar. De igual manera no ha habido uso de materiales. El docente se da cuenta que los estudiantes no han entendido la representación inicial en la pizarra de los dos segmentos y su relación por proporción, de manera que se ve obligado a volver a explicar, sobre todo la parte en la que representa de manera simbólica mediante una ecuación lineal la	24. No usa reglas para graficar. 25. El docente se muestra expositivo. 26. Con el dictado se puede confirmar la pasividad y receptividad de los estudiantes. 27. El docente se ve obligado a volver a

proporcionalidad entre “a” y “b” y el despeje para expresar una variable en función de la otra. Hasta aquí se ha notado que el docente no ha empezado de los ejemplos simples, cotidianos, con datos y por el contrario se ha empezado la clase en forma deductiva o general y que al parecer no se relaciona con nada de la realidad. Se puede notar que en este grupo de estudiantes se necesita desarrollar la clase con muchas estrategias de tipo heurísticas y de descubrimiento. Los estudiantes manifiestan no entender y estar algo confundidos y le dicen al docente: Es que no se entiende. Se puede notar que esto es debido a la falta de relación entre lo que está expresando simbólicamente y las situaciones reales o concretas que los estudiantes necesitan vivenciar o visualizar. Durante toda la clase estuvo observando el libro más que la planificación que realizó en su sesión de aprendizaje. Empieza a explicar pero lee la definición del libro y los estudiantes no entienden ya que usa terminología simbólica y más aún porque el docente lo está leyendo. Se escuchan frases como: “punto externo, dónde”, “Cuaterna, ¿Qué quiere decir”. O-DC2-RPEA2	explicar debido a que los estudiantes no han entendido la representación inicial. 28. Se ha empezado la clase en forma deductiva o general y que al parecer no se relaciona con nada de la realidad. 29. Los estudiantes manifiestan no entender y estar algo confundidos y le dicen al docente: Es que no se entiende. 30. lee la definición del libro y los estudiantes no entienden ya que usa terminología simbólica y más aún porque el docente lo está leyendo.
Al parecer el docente está nervioso, ya que se confunde al momento de hacer un despeje en una ecuación y llega a una incoherencia ($8=1/8$). El error estuvo en colocar “b” en de “1/b”. “Si ambos tienen la misma razón significa que son iguales”, el docente indica que sí. Aquí se observa que es incorrecto ya que los segmentos no miden igual pero si se podría decir que son equivalentes o proporcionales.O-DC2-RPEA2	31. El docente está nervioso, ya que se confunde al momento de hacer un despeje en una ecuación y llega a una incoherencia. 32. Se observa que es incorrecto la forma de desarrollar los ejercicios.
Coloca el siguiente título: “Proporción Geométrica” y a continuación empieza a dictar la definición. Aquí la mayoría de estudiantes toma nota y luego grafica lo que el docente grafico en la pizarra usando una regla o un lapicero. Los estudiantes están copiando y no haciendo más que recibir información que el docente indica y coloca en la pizarra, de modo que si el docente tiene algunas fallas seguro que también la tendrán los estudiantes. - Se observa que hay estudiantes que están distraídos y haciendo otra cosa y están esperando que el profesor diga: “Ya pueden copiar”. Los ejercicios son muy mecánicos y probablemente sencillos pero sin ninguna exigencia de otros procesos cognitivos como analizar, comparar, diferenciar, etc. Y esto lo corrobora expresiones que dicen los estudiantes y el docente les responde: “Profesor, siempre se va a multiplicar de esa manera?..... Sí. Pero tenemos que aprendernos todo eso.... Siempre va a ser así..... Por propiedad, sí, de la cuaterna armónica. O-DC2-RPEA2	33. Los estudiantes están copiando y no haciendo más que recibir información. 34. Los ejercicios son muy mecánicos y probablemente sencillos pero sin ninguna exigencia de otros procesos cognitivos.
Los estudiantes elaboran las respuestas de manera espontánea. O-DC2-RPEA2 Se podría haber aprovechado el entusiasmo inicial de los estudiantes y plantear alguna situación problemática interesante para el mejor entendimiento de los estudiantes. O-DC2-RPEA2	35. Elaboran las respuestas de manera espontánea.
El profesor inicio de manera puntual. O-DC2-RPEA4 La dosificación del tiempo no tan óptima ha sido un factor que ha determinado que la clase se vaya convirtiendo de amena a monótona. O-DF1-RPEA4 El tiempo es insuficiente, se deben proponer más horas seguidas para que se pueda consolidar varias fases de la sesión y también poder desarrollar otros procesos cognitivos necesarios para el desarrollo a su vez de las capacidades matemáticas. O-DJ2-RPEA4	36. La dosificación del tiempo no tan buena. 37. La clase se fue convirtiendo de amena a monótona. 38. El tiempo es insuficiente.

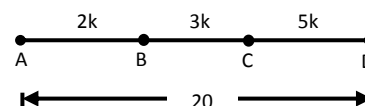
ANEXO 7. ANÁLISIS INTERPRETATIVO DE LA PRUEBA DE MEDICIÓN DEL NIVEL DE RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO.

CATEGORÍA : RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS GEOMÉTRICOS BIDIMENSIONALES.

SUB CATEGORÍA: NIVELES DE RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO SEGÚN VAN HIELE.

PREGUNTA 1: NIVEL 1 Y 2

De la figura mostrada escriba si es verdadero (V) o falso (F) lo que a continuación se menciona.



- BC = 6 ()
 AD + BC = 26 ()
 AC ≠ CD ()
 BD = 4AB ()

RESPUESTA: (VVFV)

SM201	SM207	SM236	SM225	CONCLUSIÓN E INTERPRETACIÓN
RESPUESTA: (VVFV) El alumno utiliza el gráfico dado para reemplazar el valor total del segmento por la suma de las partes de manera directa, hallando la variable "K" y encontrando la verdad o falsedad de los enunciados dados. Se puede observar que el alumno ha alcanzado el nivel 2 de razonamiento geométrico.	RESPUESTA: (VVFV) La alumna realiza una operación fuera del gráfico dado expresándolo en una ecuación para luego hallar el valor de "k" y luego realiza un reemplazo en cada enunciado encontrando la verdad o falsedad de estos. Se puede observar que la alumna ha alcanzado el nivel 2 de razonamiento geométrico.	RESPUESTA: (VVFV) La alumna realiza una operación fuera del gráfico dado expresándolo en una ecuación para luego hallar el valor de "k" y luego realiza un reemplazo en cada enunciado encontrando la verdad o falsedad de estos. Se puede observar que la alumna ha alcanzado el nivel 2 de razonamiento geométrico.	RESPUESTA: (FFF) La alumna no realiza ningún trazo ni operación para lograr encontrar la verdad o falsedad de los enunciados dados, al parecer sus respuestas son todas al azar, encontrando una coincidencia. Podríamos decir que la alumna tiene dificultades de reconocimiento de figuras geométricas simples e inclusive se podría afirmar que no conoce las definiciones en este caso de segmentos.	Los estudiantes son capaces de reducir los datos y hallar las respuestas a cada enunciado. Ellos evidencian conocimientos teóricos de definiciones y algunas propiedades sobre segmentos. Las técnicas usadas en la resolución ha sido principalmente la algebraica, es decir, plantear una ecuación y luego reemplazar el dato hallado. También, es evidente que usan la técnica visual de trazado de figuras para ayudarse en el planteo de datos.

PREGUNTA 2: NIVEL 1 Y 2

Escriba si es verdadero (V) o falso (F) lo que a continuación se menciona.

- ⊕ El segmento es una porción de recta limitada por dos puntos. ()
 ⊕ Las rectas paralelas son aquellas que no llegan a interceptarse. ()
 ⊕ La semirrecta tiene origen. ()
 ⊕ La recta tiene origen. ()

RESPUESTA: (VVVF)

SM201	SM207	SM236	SM225	CONCLUSIÓN E INTERPRETACIÓN
RESPUESTA: (VVVF) El alumno conoce la verdad y falsedad de los enunciados indicando que conoce las definiciones de algunas figuras geométricas. No desarrolla trazo u operación adicional. Se puede observar que el alumno ha alcanzado el nivel 2 de razonamiento geométrico.	RESPUESTA: (VFFV) La alumna realiza algunos trazos de líneas y segmentos en cada enunciado; sin embargo sus afirmaciones no son correctas excepto una de ellas. Se puede observar que la alumna se encuentra en el nivel 1 de razonamiento geométrico.	RESPUESTA: (VVVV) La alumna conoce la verdad y falsedad de los enunciados en su mayoría lo que indica que conoce las definiciones de algunas figuras geométricas. No desarrolla trazo u operación adicional. Se puede observar que la alumna ha alcanzado el nivel 2 de razonamiento geométrico.	RESPUESTA: (FVFF) La alumna no realiza ningún trazo de líneas y segmentos en cada enunciado; además, sus afirmaciones no son correctas excepto una de ellas. Se puede observar que la alumna se encuentra en el nivel 1 de razonamiento geométrico.	Los estudiantes son capaces de reducir los datos y hallar las respuestas a cada enunciado. Ellos evidencian conocimientos teóricos de definiciones y algunas propiedades sobre segmentos. Las técnicas usadas en la resolución ha sido principalmente la algebraica, es decir, plantear una ecuación y luego reemplazar el dato hallado. También, es evidente que usan la técnica visual de trazado de figuras para ayudarse en el planteo de datos.

PREGUNTA 3: NIVEL 2, 3 Y 4

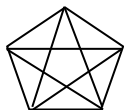
Lee el siguiente enunciado y responde las siguientes preguntas (puedes usar dibujos o gráficos): “Una diagonal de un polígono es un segmento que une dos vértices que no son consecutivos”

- Calcula el número de diagonales de un rectángulo.
- Calcula el número de diagonales de un pentágono.
- Calcula el número de diagonales de un hexágono.
- A partir de las respuestas anteriores, deduce una fórmula para hallar el número de diagonales de un polígono de “n” lados. Plantea un enunciado general (conjetura) y demuéstralo.

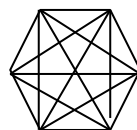
RESPUESTA: (1) 2.



(2) 5.



(3) 9.



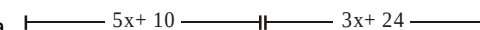
(4) Sea “n” el número de lados del polígono pedido. Entonces el número total de diagonales (#D) es: $\#D = \frac{n(n-3)}{2}$

SM201	SM207	SM236	SM225	CONCLUSIÓN E INTERPRETACIÓN
RESPUESTAS: (1) El alumno realiza correctamente el trazo de un rectángulo y luego sus dos diagonales. (2) Construye un pentágono y halla sus cinco diagonales. (3) Construye el hexágono y halla sus 9 diagonales. (4) El alumno hace una inducción interesante al relacionar la cantidad de lados de cada figura con su cantidad de diagonales encontrando una ley de formación: 0; 2; 5; 9; 14,..... Sin embargo no logra enunciar la ley general para hallar el número total de diagonales en un polígono de "n" lados. Podríamos indicar que el alumno se encuentra en el nivel 4, a pesar de no lograr formular formalmente la ecuación general requerida.	RESPUESTAS: (1) La alumna realiza el rectángulo y traza dos diagonales, sin embargo realiza un cálculo aplicando una ecuación errada encontrando como repuesta 6 cuando es evidente que el rectángulo tiene 2 diagonales, inclusive habiéndolo dibujado. Aquí se nota la mecanización en la estudiante ya que deja de lado su intuición y pone mayor importancia al resultado de la ecuación aunque este errado. (2) Ocurre algo similar a la pregunta anterior. Es decir, pone de realce el resultado operativo que el que le muestra el graficado por ella misma. (3) El mismo procedimiento anterior. (4) Grafica un nonágono y traza todas sus diagonales, sin embargo sigue aplicando la formula incorrecta y le mayor importancia a este, aun siendo errado. También, no logra encontrar la fórmula o ley de formación general para un polígono de "n" lados. Podríamos indicar que la alumna se encuentra en el nivel 3, ya que realiza inducciones y algunas demostraciones pero de manera informal.	RESPUESTAS: (1) La alumna dibuja un rectángulo; sin embargo no señala ninguna diagonal, ni tampoco realiza formula o ecuación alguna. (2) No hay respuesta. (3) No hay respuesta. (4) No hay respuesta. La alumna se encuentra en el nivel básico de reconocimiento (nivel 1) del razonamiento geométrico.	RESPUESTAS: (1) La alumna grafica el rectángulo y sus dos diagonales sin embargo da como resultado la suma de estos dos, es decir, indica que el número de diagonales es 6 cuando según el grafico realizado por ella misma muestra solo dos diagonales. (2) De igual manera que la respuesta anterior, grafica el pentágono y sus diagonales pero da como respuesta la suma cuando solo era indicar las diagonales. (3) Similar situación a las anteriores respuestas. Podemos notar que la alumna ha considerado a todas las líneas trazadas como diagonales, indicando una falta de conocimiento de la definición de diagonales a pesar de encontrarse esta definición en el enunciado de la pregunta lo que indicaría una falta de comprensión de la definición. (4) No hay respuesta. La alumna se encuentra en el nivel básico de reconocimiento (nivel 1) del razonamiento geométrico.	Para responder esta pregunta los estudiantes utilizan principalmente estrategias visuales de trazado y construcción de figuras geométricas mencionadas en la pregunta. De esta manera, utilizan algunas propiedades y definiciones para la construcción de estas figuras. En segundo lugar son capaces en su mayoría de encontrar una relación entre la cantidad de lados y la cantidad de diagonales, todo esto a partir de los gráficos, sin necesidad de haber usado una formula ecuación. Inclusive hay un estudiante que relacionó cada vértice de cada figura con la cantidad de líneas que salían de este vértice según la cantidad de lados del polígono en cuestión, eso está indicando no solo una inducción matemática sino también un razonamiento lógico novedoso y diferente al de todos los demás estudiantes. También podemos indicar que aquellos que ya han sido instruidos en conocimientos de fórmulas para hallar directamente la cantidad de diagonales, lo hacen aunque de manera limitada ya que muchos de los que sabían aplicarlo correctamente notaron que no recordaban exactamente las formulas, por lo que muchos llegaron a resultados errados a pesar que los gráficos le indicaban otra cosa. Esto indica en parte la mecanización que hicieron los estudiantes de estas propiedades y que no internalizaron con una demostración del porque se generalizaba de esa manera.

PREGUNTA 4: NIVEL 2 Y 3



Si "M" es punto medio de $\overline{AD}$. Calcular el valor de x. Realiza las operaciones u otros trazos en el espacio en blanco de la hoja.



RESPUESTA: (7)

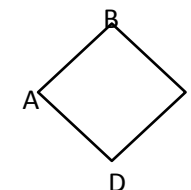
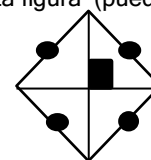
SM201	SM207	SM236	SM225	CONCLUSIÓN E INTERPRETACIÓN
RESPUESTA: El alumno realiza el cálculo de la incógnita "X" sin ninguna dificultad en la hoja hallando la respuesta en dos pasos sencillos. El alumno se encuentra en el nivel 3 de razonamiento geométrico.	RESPUESTA: La alumna realiza el cálculo de la incógnita "X" sin ninguna dificultad en la hoja hallando la respuesta en dos pasos sencillos. El alumno se encuentra en el nivel 3 de razonamiento geométrico.	RESPUESTA: La alumna realiza el cálculo de la incógnita "X" sin ninguna dificultad en la hoja hallando la respuesta en dos pasos sencillos. El alumno se encuentra en el nivel 3 de razonamiento geométrico.	RESPUESTA: La alumna realiza el cálculo de la incógnita "X" en la hoja hallando una respuesta equivocada ya que comete un error al momento de despejar "x". El alumno se encuentra en el nivel básico de razonamiento geométrico.	Los estudiantes utilizan una técnica de resolución operativa algebraica, planteando y luego resolviendo el ejercicio.

PREGUNTA 5: NIVEL 1 Y 2

Dada la siguiente figura (Rombo). Escribe todas las propiedades importantes que cumple esta figura (puedes ayudarte con dibujos).

RESPUESTA: Propiedades:

1. Tiene sus cuatro lados iguales.
2. Tiene sus lados opuestos paralelos.
3. Tiene sus ángulos internos opuestos son iguales.
4. Ángulos internos consecutivos son suplementarios.



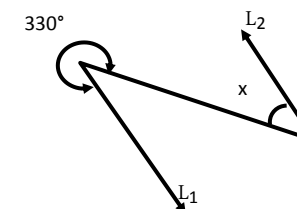
SM201	SM207	SM236	SM225	CONCLUSIÓN E INTERPRETACIÓN
RESPUESTA: El alumno utiliza el grafico dado para completar las propiedades del rombo y luego enunciar 2 de ellas. El alumno ha alcanzado el nivel 2 de razonamiento geométrico.	RESPUESTA: La alumna no logra identificar ninguna propiedad del rombo, ni tampoco realizar ningún trazo. La alumna al parecer se encuentra en un nivel básico de	RESPUESTA: La alumna solo identifica que la suma de los ángulos internos del rombo es 360° , sin embargo no logra enunciar ninguna propiedad referida a sus lados o diagonales.	RESPUESTA: La alumna no responde nada, ni con gráficos ni con enunciados escritos. La alumna al parecer se encuentra en un nivel básico de razonamiento geométrico.	Los estudiantes evidencian en su mayoría el poco dominio y manejo de definiciones y de propiedades de los cuadriláteros, en este caso del rombo, ya que en su mayoría no han sido capaces de enunciar correctamente en sus palabras

	razonamiento geométrico.	La alumna al parecer se encuentra en un nivel básico de razonamiento geométrico.		dos o más propiedades del Rombo. Algunos de ellos utilizaron el grafico dado para poder dar explicación a las propiedades, sin embargo no ocurrió así, ya que no están familiarizados con la terminología matemática de los elementos de las figuras geométricas y probablemente tampoco recuerden sus definiciones.
--	--------------------------	--	--	--

PREGUNTA 6: NIVEL 1, 2 Y 3

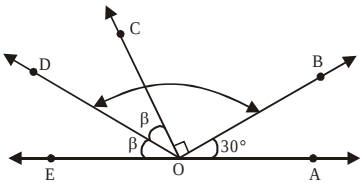
Del gráfico, calcule la medida del ángulo “x” si ($L_1 \parallel L_2$). Realiza las operaciones u otros trazos en el espacio en blanco de la hoja.

RESPUESTA: (30°)



SM201	SM207	SM236	SM225	CONCLUSIÓN E INTERPRETACIÓN
RESPUESTA: El alumno realiza una operación a partir de plantear una ecuación para resolver el ejercicio, hallando fácilmente la respuesta correcta. El alumno se encuentra en el nivel 3 de razonamiento geométrico.	RESPUESTA: La alumna no realiza operaciones ni gráficos por lo tanto no haya ninguna respuesta. La alumna se encuentra en un nivel básico de razonamiento geométrico.	RESPUESTA: La alumna realiza una deducción en el mismo gráfico y además plantea una ecuación sencilla hallando la respuesta correcta. La alumna se encuentra en el nivel 3 de razonamiento geométrico.	RESPUESTA: La alumna no realiza operaciones ni gráficos por lo tanto no haya ninguna respuesta. La alumna se encuentra en un nivel básico de razonamiento geométrico.	Uso de técnica algebraica para desarrollar una ecuación. Sin embargo, hasta el momento se evidencia poca habilidad operativa y de resolución de una ecuación de primer grado. Esto evidencia poco dominio de los términos y procedimientos algebraicos.

PREGUNTA 7: NIVEL 1, 2 Y 3



En la figura. Calcular $m \angle DOB$. Realiza las operaciones u otros trazos en el espacio en blanco de la hoja.

RESPUESTA: (120°)

SM201	SM207	SM236	SM225	CONCLUSIÓN E INTERPRETACIÓN
RESPUESTA: El alumno a partir del gráfico plantea una primera ecuación en la que encuentra una primera respuesta que le sirve para aplicar en una segunda ecuación planteada y resuelta correctamente. Finalmente encuentra el resultado correcto. El estudiante se encuentra en el nivel 3 de razonamiento geométrico.	RESPUESTA: La alumna a partir del gráfico plantea correctamente una primera ecuación sin embargo al resolverla olvida trasladar un dato lo que genera que halle una respuesta equivocada, esta respuesta equivocada la aplica en una segunda ecuación, encontrando finalmente un resultado incorrecto al problema planteado. La alumna se encuentra en el nivel 2 de razonamiento geométrico.	RESPUESTA: La alumna a partir del gráfico plantea correctamente una primera ecuación resolviéndola y encontrando una primera respuesta correcta, sin embargo no continua el desarrollo del problema y lo termina en esa primera respuesta. La alumna se encuentra en el nivel 2 de razonamiento geométrico.	RESPUESTA: La alumna a partir del gráfico plantea correctamente una primera ecuación resolviéndola y encontrando una primera respuesta correcta, sin embargo no continua el desarrollo del problema y lo termina en esa primera respuesta. La alumna se encuentra en el nivel 2 de razonamiento geométrico.	Aquí los estudiantes proceden a resolver de manera algebraica el ejercicio. Cabe resaltar que aquí han usado su razonamiento espacial para poder a partir del grafico plantear las dos ecuaciones que eran necesarias usar para hallar el resultado. Es por eso que no todos logran plantear las dos ecuaciones o si lo hacen cometen errores en el planteo de datos como en el proceso de resolución. Nuevamente observamos una técnica de resolución algebraica.

PREGUNTA 8: NIVEL 3 Y 4

Se tiene los puntos consecutivos A, B, C y D. Tal que B es punto medio de $\overline{AC}$ y $AD+CD=12\text{cm}$.

Calcular la medida del segmento BD. Realiza las operaciones u otros trazos en el espacio en blanco de la hoja.

RESPUESTA: (6cm)

SM201	SM207	SM236	SM225	CONCLUSIONES E INTERPRETACIÓN
RESPUESTA: El alumno en primer lugar grafica un segmento ubicando los puntos A, B, C y D. Luego utiliza la ecuación dada como dato del problema para reemplazar unos valores (letras) asignadas por el mismo a la medida de las partes del segmento. De esta manera encuentra un resultado inicial que al compararlo con el grafico y con lo espera encontrar, descubre que esa suma, en este caso, es el resultado pedido. El alumno se encuentra en un nivel 4 de razonamiento geométrico.	RESPUESTA: La alumna grafica un segmento y ubica los puntos A, B, C y D. no utiliza valores dados por ella (letras), de modo que intenta una deducción (tanteo) de valores a los segmentos encontrando valores equivocados para cada segmento. Seguidamente con estos valores equivocados reemplaza en otras ecuaciones encontrando del mismo modo respuestas incorrectas al problema planteado. La alumna se encuentra en un nivel 2 de razonamiento geométrico.	RESPUESTA: La alumna grafica un segmento y ubica los puntos A, B, C y D sin embargo no logra hacer un planteo de alguna ecuación y tampoco utiliza la ecuación dada como dato. Finalmente intenta una respuesta que a pesar que coincide con el problema se observa que no ha sido hallada de manera razonada ni lógica. Al parecer observó la respuesta en alguna otra prueba. La alumna se encuentra en un nivel básico de razonamiento geométrico.	RESPUESTA: La alumna no coloca ninguna respuesta, ni gráfico. La alumna podría encontrarse en un nivel básico de razonamiento geométrico.	Los estudiantes evidencian poca práctica en el uso de técnicas visuales y de razonamiento espacial geométrico, ya que muchos de ellos no han logrado expresar en el gráfico que ellos tienen que construir los datos suficientes para resolver el problema. Adicionalmente a esto se evidencia que tienen poco dominio de técnicas algebraicas de planteo de ecuaciones con variables que no se hallan directamente sino que son el resultado de relacionar e inducir otros datos que se encuentran en el grafico o en los datos dados en la pregunta.

PREGUNTA 9: NIVEL 3 Y 4

Según el siguiente enunciado: “El complemento de un ángulo (X) es la medida de lo que le falta a ese ángulo para ser igual a 90° , como por ejemplo $90 - X$ ” y “El suplemento de un ángulo (Y) es la medida de lo que le falta a este para ser igual a 180° , como por ejemplo $180 - Y$ ”.

Ahora responde: Si el complemento de la medida de un ángulo es igual al suplemento de la medida del triple del ángulo. Calcular la medida de dicho ángulo.

RESPUESTA: (45°)

SM201	SM207	SM236	SM225	CONCLUSIONES E INTERPRETACIONES
RESPUESTA: El estudiante plantea una ecuación a partir del enunciado dado y lo hace de manera correcta de modo que encuentra la respuesta al problema planteado. El alumno se encuentra en el nivel 4 de razonamiento geométrico.	RESPUESTA: La alumna no logra identificar los datos precisos para plantear la ecuación que determinará la respuesta correcta. Realiza una ecuación errada a partir de no poder entender el triple del complemento de un ángulo dado. La alumna se encuentra en un nivel 2 de razonamiento geométrico.	RESPUESTA: No hay ninguna respuesta. La alumna se encuentra en un nivel básico de razonamiento geométrico.	RESPUESTA: No hay ninguna respuesta. La alumna se encuentra en un nivel básico de razonamiento geométrico.	Los estudiantes en su mayoría no conocen los conceptos de complemento y suplemento de un ángulo. Esto se suma a su poca pericia para plantear situaciones que en la que el ángulo inicial se tiene que duplicar o triplicar. Esto evidencia un razonamiento muy básico en muchos estudiantes.

PREGUNTA 10: NIVEL 1 Y 2

A continuación se presenta el siguiente listado de propiedades que un polígono puede tener:

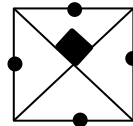
- (a) Tiene sus ángulos internos opuestos de igual medida.
- (b) Tiene sus lados opuestos paralelos.
- (c) Las diagonales son bisectrices.
- (d) Las diagonales son perpendiculares.

De acuerdo a ello:

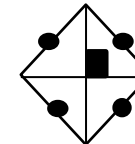
(1) Dibuja un polígono que tenga las cuatro propiedades. Explica cuáles son esas propiedades. Justifica por qué las tiene.

Si es imposible encontrar el polígono con las condiciones pedidas explica por qué no se puede.

RESPUESTA: 1) Dibujar un cuadrado sus cuatro propiedades.



Dibujar un rombo con sus cuatro propiedades



SM201	SM207	SM236	SM225	CONCLUSIÓN E INTERPRETACIÓN
RESPUESTA: El alumno grafica lo que podría ser un cuadrado o un rectángulo y hace coincidir las propiedades dadas en los enunciados con las propiedades de la figura dibujada. De esta manera, coloca dentro del gráfico señas que indican la perpendicularidad y la igualdad entre lados. A su vez, enumera propiedades en la figura dibujada. El alumno se encuentra en el nivel 2 de razonamiento geométrico.	RESPUESTA: La alumna realiza un gráfico de un hexágono e intenta aplicarle una formula equivocada para hallar el número de diagonales, sin embargo ese no era el objetivo de este problema. La alumna se encuentra en un nivel básico de razonamiento geométrico.	RESPUESTA: La alumna realiza tres gráficos diferentes sin embargo, ninguno de ellos hace referencia a las propiedades dadas en los enunciados y con las cuales se debería de encontrar el polígono correspondiente. La alumna se encuentra en un nivel básico de razonamiento geométrico.	RESPUESTA: No hay ninguna respuesta. La alumna se encuentra en un nivel básico de razonamiento geométrico.	Aquí se evidencia que en su mayoría los estudiantes tienen poca capacidad para relacionar e integrar propiedades de una figura y encontrar qué figura es, es decir, confundieron o no identificaron a la figura que era determinada por las propiedades dadas en el problema. Incluso se evidencia el poco uso de herramientas para realizar una argumentación o justificación del por qué no existía la figura pedida si es que ese era la respuesta que ellos daban.

ANEXO 8. REDUCCIÓN DE DATOS Y GENERACIÓN DE CATEGORÍAS DE LA PRUEBA DE MEDICIÓN DEL NIVEL DE RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO.

Pg.	Conclusión e Interpretación de las respuestas	Códigos
1 Y 2	Los estudiantes son capaces de reducir los datos y hallar las respuestas a cada enunciado. Ellos evidencian conocimientos teóricos de definiciones y algunas propiedades sobre segmentos. Las técnicas usadas en la resolución ha sido principalmente la algebraica, es decir, plantear una ecuación y luego reemplazar el dato hallado. También, es evidente que usan la técnica visual de trazado de figuras para ayudarse en el planteo de datos.	1. Conocimiento de definiciones teóricas. 2. Uso de estrategias algebraicas de resolución. 3. Uso de técnicas visuales para la resolución.
3	Para responder esta pregunta los estudiantes utilizan principalmente estrategias visuales de trazado y construcción de figuras geométricas mencionadas en la pregunta. De esta manera, utilizan algunas propiedades y definiciones para la construcción de estas figuras. En segundo lugar son capaces en su mayoría de encontrar una relación entre la cantidad de lados y la cantidad de diagonales, todo esto a partir de los gráficos, sin necesidad de haber usado una formula ecuación. Inclusive hay un estudiante que relacionó cada vértice de cada figura con la cantidad de líneas que salían de este vértice según la cantidad de lados del polígono en cuestión, eso está indicando no solo una inducción matemática sino también un razonamiento lógico novedoso y diferente al de todos los demás estudiantes. También podemos indicar que aquellos que ya han sido instruidos en conocimientos de fórmulas para hallar directamente la cantidad de diagonales, lo hacen aunque de manera limitada ya que muchos de los que sabían aplicarlo correctamente notaron que no recordaban exactamente las formulas, por lo que muchos llegaron a resultados errados a pesar que los gráficos le indicaban otra cosa. Esto indica en parte la mecanización que hicieron los estudiantes de estas propiedades y que no internalizaron con una demostración del porqué se generalizaba de esa manera.	4. Uso de estrategias visuales y de razonamiento espacial de resolución. 5. Capacidad de relación entre conceptos y definiciones. 6. Inducción matemática y razonamiento lógico novedoso. 7. Mecanización en la aplicación de propiedades.
4	Los estudiantes utilizan una técnica de resolución operativa algebraica, planteando y luego resolviendo el ejercicio.	8. Estrategia de habilidad operativa algebraica para la resolución.
5	Los estudiantes evidencian en su mayoría el poco dominio y manejo de definiciones y de propiedades de los cuadriláteros, en este caso del rombo, ya que en su mayoría no han sido capaces de enunciar correctamente en sus palabras dos o más propiedades del Rombo. Algunos de ellos utilizaron el grafico dado para poder dar explicación a las propiedades, sin embargo no ocurrió así, ya que no están familiarizados con la terminología matemática de los elementos de las figuras geométricas y probablemente tampoco recuerden sus definiciones.	9. Poco dominio y manejo de definiciones y propiedades. 10. Uso de técnicas visuales de resolución. 11. Poca familiaridad con la terminología matemática.
6	Uso de técnica algebraica para desarrollar una ecuación. Sin embargo, hasta el momento se evidencia poca habilidad operativa y de resolución de una ecuación de primer grado. Esto evidencia poco dominio de los términos y procedimientos algebraicos.	12. Uso de estrategia algebraica de resolución. 13. Poca habilidad operativa y de resolución de una ecuación de primer grado. 14. Poco dominio de los términos y procedimientos algebraicos.
7	Aquí los estudiantes proceden a resolver de manera algebraica el ejercicio. Cabe resaltar que aquí han usado su razonamiento espacial para poder a partir del grafico plantear las dos ecuaciones que eran necesarias usar para hallar el resultado. Es por eso que no todos logran plantear las dos ecuaciones o si lo hacen cometen errores en el planteo de datos como en el proceso de resolución. Nuevamente observamos una técnica de resolución algebraica	15. Uso de estrategia algebraica de resolución. 16. Uso de razonamiento espacial.
8	Los estudiantes evidencian poca práctica en el uso de técnicas visuales y de razonamiento espacial geométrico, ya que muchos de ellos no han logrado expresar en el gráfico que ellos tienen que	17. Poca práctica en el uso de estrategias visuales de resolución y

	construir los datos suficientes para resolver el problema. Adicionalmente a esto se evidencia que poco dominio de técnicas algebraicas de planteo de ecuaciones con variables que no se hallan directamente sino que son el resultado de relacionar e inducir otros datos que se encuentran en el grafico o en los datos dados en la pregunta.	de razonamiento espacial geométrico. 18. Poco dominio de técnicas algebraicas de planteo de ecuaciones con variables que no se hallan directamente.
9	Los estudiantes en su mayoría no conocen los conceptos de complemento y suplemento de un ángulo. Esto se suma a su poca pericia para plantear situaciones que en la que el ángulo inicial se tiene que duplicar o triplicar. Esto evidencia un razonamiento muy básico en muchos estudiantes.	19. Poco dominio y manejo de conceptos geométricos. 20. Poca pericia para plantear ecuaciones en la que la incógnita no se encuentra directamente. 21. Evidencia de un razonamiento geométrico muy básico.
10	Aquí se evidencia que en su mayoría los estudiantes tienen poca capacidad para relacionar e integrar propiedades de una figura y encontrar qué figura es, es decir, confundieron o no identificaron a la figura que era determinada por las propiedades dadas en el problema. Incluso se evidencia el poco uso de herramientas para realizar una argumentación o justificación del por qué no existía la figura pedida si es que ese era la respuesta que ellos daban.	22. Poca capacidad para relacionar e integrar propiedades de una figura. 23. Poco uso de herramientas para realizar una argumentación o justificación matemática.

ANEXO 9. RUBRICA PARA EVALUAR EL NIVEL DE RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO EN ESTUDIANTES DE SEGUNDO GRADO DE SECUNDARIA.

NIVELES DE RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO	Alto (3 puntos)	Promedio (2 puntos)	Bajo (1 punto)
1. Visualización y reconocimiento. Es el nivel más elemental de razonamiento, los estudiantes perciben las figuras geométricas en su totalidad, pudiendo incluir atributos irrelevantes en las descripciones que hacen. Los reconocimientos, diferenciaciones o clasificaciones de figuras que realizan, se basan en semejanzas o diferencias físicas globales entre ellas.	Perciben en su totalidad las figuras geométricas evidenciando Reconocimiento, diferenciación y clasificación de las figuras que realizan u observan. Logran relacionar unas propiedades con otras.	Pueden establecer propiedades a partir de la manipulación y experimentación con materiales concretos que representan a figuras geométricas. Perciben parcialmente las figuras geométricas haciendo uso de definiciones.	No reconocen figuras geométricas a partir de gráficos o definiciones, no identificando atributos o atribuyéndoles atributos irrelevantes. Poca o nula evidencia de Reconocimiento, diferenciación o clasificación de las figuras.
2. Análisis. Es en este nivel donde se presenta por primera vez un tipo de razonamiento, que podría llamarse “matemático”. Los estudiantes son capaces de descubrir y generalizar propiedades, a partir de la observación y la manipulación.	Hacen uso correcto de propiedades a partir de la generalización de características observadas en las figuras geométricas.	Usan parcialmente las propiedades a partir de la generalización de características observadas en las figuras geométricas.	Poca o nula evidencia de uso de propiedades a partir de la generalización de características observadas en las figuras geométricas.
3. Deducción informal. En este nivel los estudiantes pueden entender que unas propiedades pueden deducirse de otras y adquieren la habilidad de conectar lógicamente diversas propiedades de la misma o de diferentes figuras. Son capaces de clasificar diferentes figuras geométricas y dar definiciones matemáticas.	Relacionan correctamente propiedades de una misma o de diferentes figuras logrando deducir nuevas propiedades.	Se evidencia parcialmente relación entre propiedades de una misma o de diferentes figuras logrando deducir nuevas propiedades.	Poca o nula evidencia de relación entre propiedades de una misma o de diferentes figuras sin lograr nuevas deducciones.
4. Deducción formal. El estudiante logra la capacidad de razonamiento lógico matemático y una visión globalizadora del área que se esté estudiando. Esto les permite realizar demostraciones formales de aquellas propiedades que antes habían “demostrado informalmente”, como también, descubrir y demostrar nuevas propiedades	Realizan correctamente demostraciones formales haciendo uso de propiedades y justificando sus procedimientos adecuadamente, pudiendo descubrir y demostrar nuevas propiedades.	Realizan parcialmente demostraciones formales haciendo uso de propiedades y justificando sus procedimientos adecuadamente, pudiendo descubrir y mostrar nuevas propiedades.	Poca o nula evidencia de demostraciones formales haciendo uso de propiedades y justificando sus procedimientos adecuadamente, pudiendo descubrir y demostrar nuevas propiedades.

ANEXO 10. DESARROLLO DE LAS SESIONES DE APRENDIZAJE.

Sesión de Aprendizaje 1 y 2

1. **TÍTULO DE LA SESIÓN:** “Realizamos estampados con figuras simétricas” “Usamos los Geoplanos para representar figuras simétricas”

2. **DATOS INFORMATIVOS:**

Año de estudios: 2do secundaria

Fecha: Del 06 al 10 de abril. Y del 13 al 17 de abril.

Tiempo: 90 min C/U.

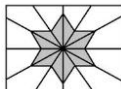
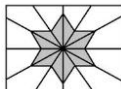
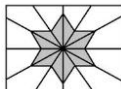
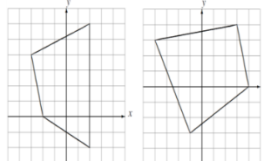
3. **SITUACIÓN SIGNIFICATIVA:**

Los estudiantes de la I.E. San Martín de Pachacutec tienen dificultades para realizar trazos y construcciones de figuras simétricas, para ello se ha pensado en que reproduzcan figuras reales como insectos, animales, rostros y toda aquella figura simétrica, a través de estampados que lo realizaran en algunas prendas como polos, pañuelos, chalinas, etc. Convirtiéndose además de un aprendizaje significativo en un aprendizaje en equipo, cooperativo y productivo.

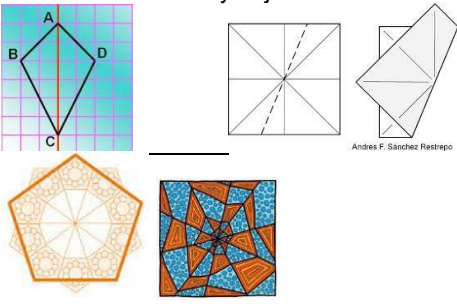
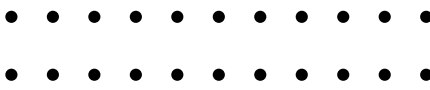
4. **APRENDIZAJES ESPERADOS:**

COMPETENCIA	CAPACIDADES E INDICADORES DE DESEMPEÑO	CONOCIMIENTOS	INDICADORES DE EVALUACIÓN
- Resuelve situaciones problemáticas de contexto real y matemático que implican la construcción del significado y el uso de figuras geométricas triangulares y cuadrangulares así como los teoremas y propiedades relacionados, utilizando diversas estrategias de solución y justificando sus procedimientos y resultados.	GEOMETRIA Y MEDIDA Matematiza situaciones • Plantea relaciones geométricas en situaciones artísticas y las expresa en un modelo que combinan transformaciones geométricas. • Identifica la restricción de un modelo relacionado a transformaciones y lo adecuada respecto a un problema.	Transformaciones geométricas y simetría. 1. Reflexión respecto a un eje o simetría axial. 2. Figuras simétricas respecto a ejes.	• Construye figuras simétricas a partir de una figura inicial, haciendo uso del proceso de reflexión respecto a un eje. • Describe ejemplos de figuras simétricas respecto a un eje presentes en entornos cotidianos.
	GEOMETRIA Y MEDIDA Comunica y representa ideas matemáticas • Describe las características de la composición de transformaciones geométricas de figuras. • Grafica la composición de transformaciones de rotar, ampliar y reducir en un plano cartesiano o cuadrícula.	Transformaciones geométricas y simetría. 3. Rotación. 4. Figuras simétricas respecto a la rotación.	• Reconoce el empleo de procesos de rotación de figuras en contextos matemáticos y no matemáticos (arte, arquitectura, dibujo, etc.). • Corrige o amplía las descripciones propuestas por el profesor sobre dos o más figuras transformadas mediante una rotación.

5. SECUENCIA DIDACTICA 1:

PROCESOS PEDAGÓGICOS	PROCESOS COGNITIVOS	SECUENCIA DIDÁCTICA	MATERIALES/ RECURSOS	TIEMPO															
Inicio del aprendizaje	Establece relaciones geométricas en situaciones artísticas y las expresa en un modelo que combinan transformaciones.	1º, Preguntas / Información -El docente da a conocer el propósito del proyecto y los aprendizajes esperados.	Espejo	15'															
- Motivación. - Recuperación de saberes previos.	- Relaciona - Vincula. - Evalúa	VISUALIZACIÓN - Los estudiantes dibujan sus nombres con letra imprenta usando escuadras de modo que abarque toda una hoja bond. Luego observan lo escrito en un espejo. A partir de ello se presenta la situación problemática. - Los estudiantes trazan en el centro de una hoja la silueta de su mano izquierda, luego doblan la hoja por la mitad y analizan como se ve la parte izquierda y derecha de la hoja.	Láminas de objetos simétricos Hojas bond	15'															
- Conflicto cognitivo.	- Compara. - Procesa.	2º Orientación dirigida. • El docente promueve el trabajo en equipo para desarrollar las siguientes actividades: ANÁLISIS ACTIVIDAD N° 1: Considerando las siguientes figuras en el cuadro completa mencionando si tiene o no simetría. Añade otras figuras al cuadro según tu criterio.		25'															
Construcción del aprendizaje - Procesamiento de la información.	- Usa y aplica.	<table border="1"><thead><tr><th></th><th>Es simétrico</th><th>No es Simétrico</th></tr></thead><tbody><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr></tbody></table>		Es simétrico	No es Simétrico														15
	Es simétrico	No es Simétrico																	
																			
																			
																			
																			
Trasferencia de aprendizaje - Aplicación.	- Identifica.	3º Explicación / Explicitación. - Luego los estudiantes aplican lo aprendido resolviendo las siguientes situaciones: Refleje respecto a la recta $x = 0$ Refleje respecto a la recta $y = 0$ 		20'															
Metacognición y evaluación - Reflexión. - Evaluación.		4º Orientación Libre. -Comparte tu experiencia. 5º Integración -Se establecen conclusiones sobre lo trabajado llegando establecer ideas fuerzas. -Se aplica una ficha metacognitiva.																	

6. SECUENCIA DIDÁCTICA 2:

PROCESOS PEDAGÓGICOS	PROCESOS COGNITIVOS	SECUENCIA DIDÁCTICA	MATERIALES/ RECURSOS	TIEMPO
Inicio del aprendizaje - Motivación. - Recuperación de saberes previos. - Conflicto cognitivo. Construcción del aprendizaje - Procesamiento de la información. Trasferencia de aprendizaje - Aplicación.	Identifica la restricción de un modelo relacionado a transformaciones y lo adecuada respecto a un problema. - Descubre. - Registra. - Muestra. - Discrimina. - Distingue. - Diferencia. - Elabora. - Caracteriza. - Selecciona. - Señala. - Elige. - Organiza. - Comprende. traslapan	1º, Preguntas / Información -El docente a través de una lluvia de ideas recuerda los conocimientos anteriores sobre figuras simétricas. VISUALIZACIÓN - Los estudiantes Observan láminas de marcas de autos famosos. Luego trazan el eje de simetría e identifican si son figuras simétricas o no.  - Los estudiantes realizan trazos y dobleces a los ejes de simetría de las siguientes figuras según su criterio, usando cartulinas y hojas bond.  2º Orientación dirigida. • El docente promueve el trabajo en equipo para desarrollar las siguientes actividades: ANÁLISIS Actividad 2: Existe una infinidad de cosas que tienen forma simétrica. A continuación se presenta una cuadrícula con una serie de puntos. Imagina cosas a tu alrededor que sean simétricas. Une los puntos para dibujar las cosas que has imaginado. Deberás hacer al menos tres dibujos, uno de un objeto que sea horizontalmente simétrico, otro de un objeto que sea verticalmente simétrico. Usa la cantidad de puntos que estimes necesarios, no importa si las imágenes se superponen, puedes hacer las figuras de distinto color, para que no te confundas. 	Geoplano Láminas Cartulina Hojas Bond	15' 15' 25'

Metacognición y evaluación - Reflexión. - Evaluación.	- Se expresa con lenguaje matemático.	3° Explicación / Explicitación. - Luego los estudiantes aplican lo aprendido resolviendo las siguientes situaciones: Refleje respecto a la recta $x = 0$ Refleje respecto a la recta $x = 0$ 4° Orientación Libre. -Comparte tu experiencia. 5° Integración -Se establecen conclusiones sobre lo trabajado llegando establecer ideas fuerzas. -Se aplica una ficha metacognitiva.	15' 20'
---	--	---	-----------------------

7. ACTIVIDAD DOMICILIARIA:

El estudiante realiza la siguiente actividad: Investiga sobre estructuras o construcciones turísticas en Ventanilla y el Callao, luego las representa con trazos lineales identificando su simetría.

8. EVALUACIÓN:

Se aplica la siguiente **lista de cotejo** (evaluación formativa) para evaluar procesos.

Competencia Matemática	Siempre	Mayoritariamente	A veces	Nunca
Pensar matemáticamente.				
Plantear y resolver problemas matemáticos				
Modelar matemáticamente.				
Argumentar matemáticamente.				
Representar entidades matemáticas (situaciones y objetos).				
Utilizar los símbolos matemáticos.				
Comunicarse con las Matemáticas y comunicar sobre Matemáticas.				
Utilizar ayudas y herramientas (incluyendo las nuevas tecnologías).				

Se aplica una **ficha de práctica** para desarrollar.

Sesión de Aprendizaje 3 y 4

1. **TÍTULO DE LA SESIÓN:** “Construimos cometas representando figuras simétricas” “Ordenar para adornar”

2. **DATOS INFORMATIVOS:**

Año de estudios: 2do secundaria

Fecha: Del 20 al 24 de abril. Y del 27 al 30 de abril. **Tiempo:** 90 min. C/U.

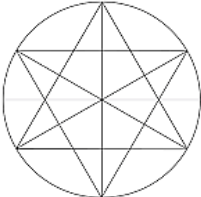
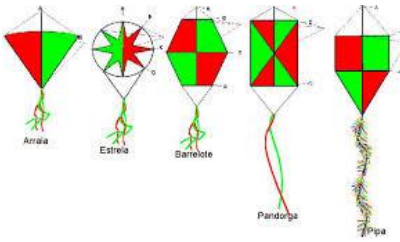
3. **SITUACIÓN SIGNIFICATIVA:**

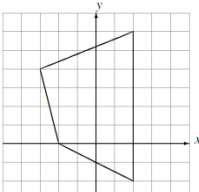
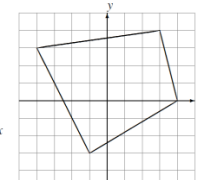
Los estudiantes de la I.E. San Martín de Pachacutec tienen dificultades para realizar trazos y construcciones de figuras simétricas, para ello se ha pensado en que reproduzcan figuras geométricas mediante la construcción de cometas usando materiales caseros como caña o palillos de madera, pabilo y papel para forrar. Convirtiéndose además de un aprendizaje significativo en un aprendizaje en equipo, cooperativo y productivo. Selecciona las figuras simétricas a construir de acuerdo a un criterio o característica. Elabora un cuadro comparativo con las diferentes formas geométricas de esta actividad.

4. **APRENDIZAJES ESPERADOS:**

COMPETENCIA	CAPACIDADES E INDICADORES DE DESEMPEÑO	CONOCIMIENTOS	INDICADORES DE EVALUACIÓN
- Resuelve situaciones problemáticas de contexto real y matemático que implican la construcción del significado y el uso de figuras geométricas triangulares y cuadrangulares así como los teoremas y propiedades relacionados, utilizando diversas estrategias de solución y justificando sus procedimientos y resultados.	GEOMETRIA Y MEDIDA Elabora y usa estrategias Realiza composición de transformaciones de rotar, ampliar y reducir, en un plano cartesiano o cuadrícula al resolver problemas, con recursos gráficos y otros.	Transformaciones geométricas y simetría. 5. Reflexión respecto a un punto o simetría central. 6. Figuras simétricas respecto a un punto.	- Construye figuras simétricas respecto a dos o más puntos a partir de una misma figura inicial. - Reconoce el empleo de procesos de traslación de figuras en contextos matemáticos y no matemáticos.
	GEOMETRIA Y MEDIDA Razona y argumenta generando ideas matemáticas Explica las transformaciones respecto a una línea o un punto en el plano de coordenadas por medio de trazos.	Transformaciones geométricas y simetría. 7. Traslación. 8. Figuras simétricas respecto a la traslación.	- Cuestiona los procesos y movimientos de traslación propuestos para una figura poligonal determinada en un plano cartesiano. - Elabora conceptos e ideas acerca de una figura geométrica y dos transformaciones propuestas.

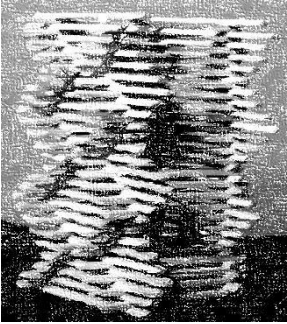
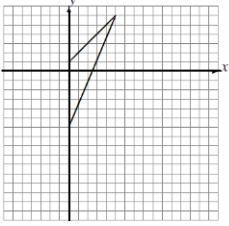
5. SECUENCIA DIDACTICA 3:

PROCESOS PEDAGÓGICOS	PROCESOS COGNITIVOS	SECUENCIA DIDÁCTICA	MATERIALES/ RECURSOS	TIEMPO
Inicio del aprendizaje - Motivación. - Recuperación de saberes previos. Conflicto cognitivo. Construcción del aprendizaje - Procesamiento de la información. Trasferencia de aprendizaje - Aplicación.	Realiza composición de transformaciones de rotar, ampliar y reducir, en un plano cartesiano o cuadrícula al resolver problemas, con recursos gráficos y otros. - Elabora un plan de solución. - Elabora y usa representaciones. - Valora estrategias, procedimientos y recursos. - Resolución de problemas.	1º, Preguntas / Información El docente a través de una lluvia de ideas recuerda los conocimientos anteriores sobre figuras simétricas. VISUALIZACIÓN - Los estudiantes Observan las siguientes lámina. Luego responden las siguientes preguntas: ¿A través de qué transformación se ha podido convertir estas dos imágenes del rey en una sola?  ¿Cómo están ubicados los vértices de esta estrella respecto al centro de rotación?  2º Orientación dirigida. • El docente promueve el trabajo en equipo para desarrollar las siguientes actividades: ANÁLISIS ACTIVIDAD 3: A partir de estas figuras y preguntas los estudiantes elaboran una cometa en el que incluirán en sus diseños las ideas de simetría central o reflexión. Por ejemplo:   3º Explicación / Explicitación. - Luego los estudiantes aplican lo aprendido resolviendo las siguientes situaciones:	Laminas, Hojas bond. Separatas impresas. Reglas, escuadras y compás, Cañas o palillos de madera, pabito y papel de colores.	15' 15' 25' 15'

Metacognición y evaluación - Reflexión. - Evaluación.	DEDUCCIÓN INFORMAL Refleje respecto a la recta $x = 0$  Refleje respecto a la recta $y = 0$  4° Orientación Libre. -Comparte tu experiencia. 5° Integración -Se establecen conclusiones sobre lo trabajado llegando establecer ideas fuerzas. -Se aplica una ficha metacognitiva.	20'
---	--	-----

6. SECUENCIA DIDÁCTICA 4:

PROCESOS PEDAGÓGICOS	PROCESOS COGNITIVOS	SECUENCIA DIDÁCTICA	MATERIALES/ RECURSOS	TIEMPO
Inicio del aprendizaje - Motivación. - Recuperación de saberes previos. - Conflicto cognitivo. Construcción del aprendizaje - Procesamiento de la información. Trasferencia de aprendizaje - Aplicación.	Explica las transformaciones respecto a una línea o un punto en el plano de coordenadas por medio de trazos. - Observa los fenómenos y establece relaciones. - Elabora conclusiones. - Explica sus argumentos.	1°, Preguntas / Información El docente a través de una lluvia de ideas recuerda los conocimientos anteriores sobre figuras simétricas. VISUALIZACIÓN - Los estudiantes Observan las siguientes lámina. Luego responden las siguientes preguntas: ¿Cómo se encuentran las huellas de la pata delantera derecha una respecto de la otra? ¿Y de la pata trasera izquierda?  2° Orientación dirigida. • El docente promueve el trabajo en equipo para desarrollar las siguientes actividades: ANÁLISIS ACTIVIDAD 4: A partir de estas figuras y preguntas los estudiantes elaboran una estructura hecha con palitos de chupete en el que incluirán diseños de las ideas de figuras hechas mediante la traslación. Y que puede servir de para adornar su casa o el aula de clase. en el que incluirán en sus diseños las ideas	Laminas, Hojas bond. Separatas impresas. Reglas, escuadras y compás, Palitos de chupete. Pegamento.	15' 15'

Metacognición y evaluación - Reflexión. - Evaluación.	- Defiende sus argumentos.	de simetría central o reflexión. Por ejemplo:  3° Explicación / Explicitación - Luego los estudiantes aplican lo aprendido resolviendo las siguientes situaciones: DEDUCCIÓN INFORMAL Traslade cada triángulo según el vector dado y luego traslade su imagen de acuerdo al otro vector. DEDUCCIÓN FORMAL Traslade según el vector (1,-3) Traslade según el vector (2,-6)  4° Orientación Libre. -Comparte tu experiencia. 5° Integración -Se establecen conclusiones sobre lo trabajado llegando establecer ideas fuerzas. -Se aplica una ficha metacognitiva		25' 15' 20'
---	--	--	--	----------------------------------

7. **ACTIVIDAD DOMICILIARIA:** El estudiante realiza la siguiente actividad. Investiga sobre estructuras o construcciones turísticas en Ventanilla y el Callao, luego las representa con trazos lineales identificando su simetría.

8. **EVALUACIÓN:** Se aplica la siguiente **lista de cotejo** (evaluación formativa) para evaluar procesos. Se aplica una **ficha de práctica** para desarrollar.

Competencia Matemática	Siempre	Mayoritariamente	A veces	Nunca
Pensar matemáticamente.				
Plantear y resolver problemas matemáticos				
Modelar matemáticamente.				
Argumentar matemáticamente.				
Representar entidades matemáticas (situaciones y objetos).				
Utilizar los símbolos matemáticos.				
Comunicarse con las Matemáticas y comunicar sobre Matemáticas.				
Utilizar ayudas y herramientas (incluyendo las nuevas tecnologías.				

